ホログラフィーに基いた ブラックホール熱力学への 熱と仕事の導入

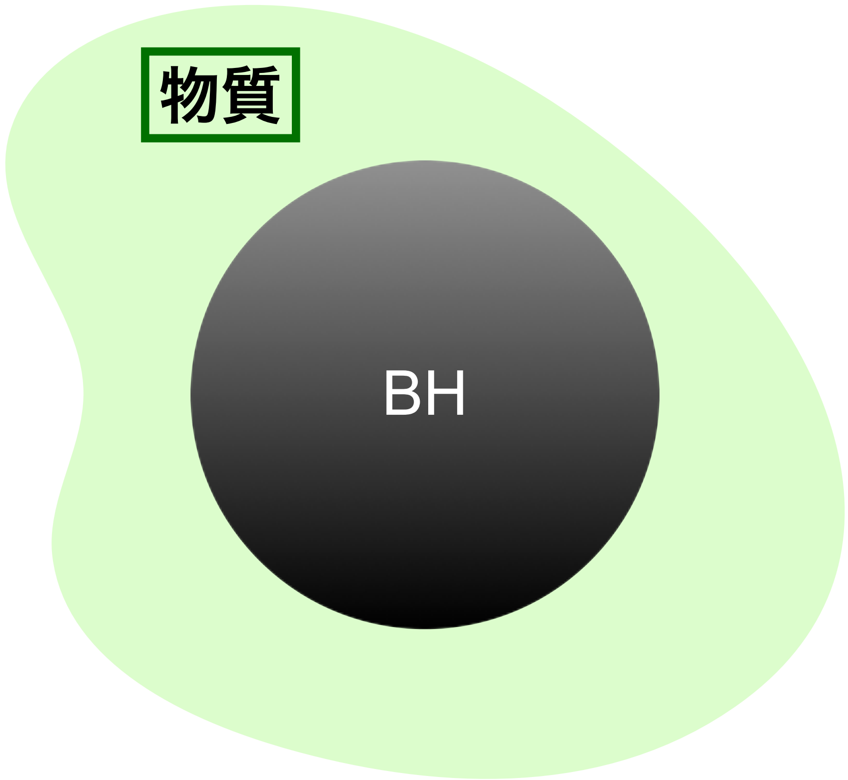
竹田 大地（京大理）

繁村氏・清水氏・杉下氏・世田氏（京大理）
との共同研究に基づく

2025/03/19

@物理学2025年会春季大会

BH系の第二法則・仕事・熱？



[Bekenstein (1972) …]

ブラックホール系のエントロピー

$$S \overset{?}{=} \frac{\text{Area}}{4G} + \mathcal{O}(G^0)$$

[Hawking (1971)…]

ブラックホール熱力学第二法則

$\Delta S \geq 0$（証明：エネルギー条件）

例：ヌルエネルギー条件

何を選んだら良い？

ブラックホール化学 [Teitelboim (1985) …]

$$\mathrm{d}E = T\mathrm{d}S - p\mathrm{d}V + \cdots$$

（宇宙項とその共役）

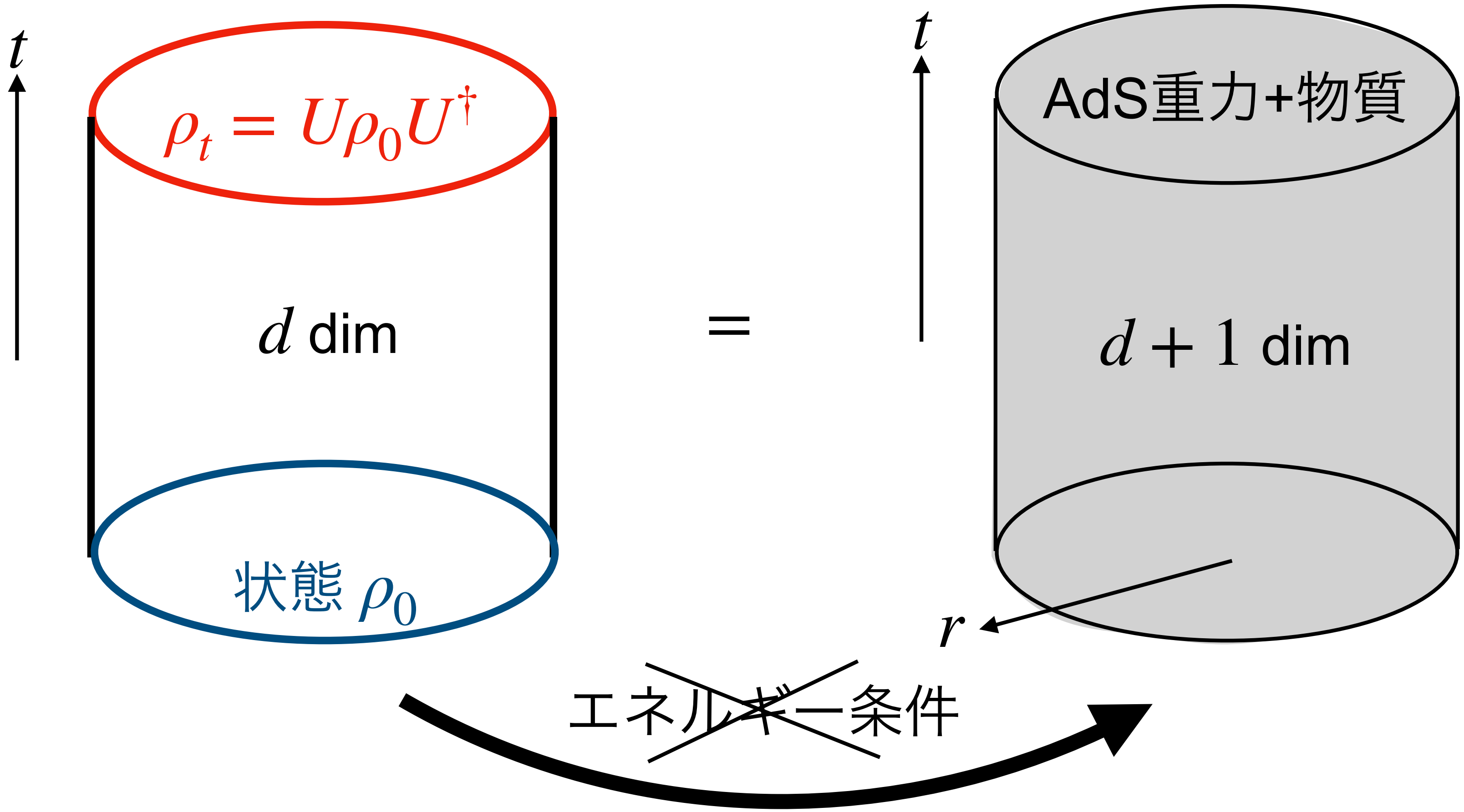
熱・仕事の概念は
もっと一般的

BH熱力学を
何かを原理として
構成できないか？

AdS/CFT対応を指導原理にしてみる

AdS/CFT対応

$$\int \mathscr{D}\phi \, e^{iI_{\mathrm{CFT}}[\phi]+i\int \mathrm{d}^d x\, J(x) O_\Delta(x)} = e^{iI_{\mathrm{AdS}}[\Phi_{\mathrm{cl}}]}\Big|_{\Phi\sim r^{\Delta-d}J}$$



熱・仕事・粗視化・第二法則

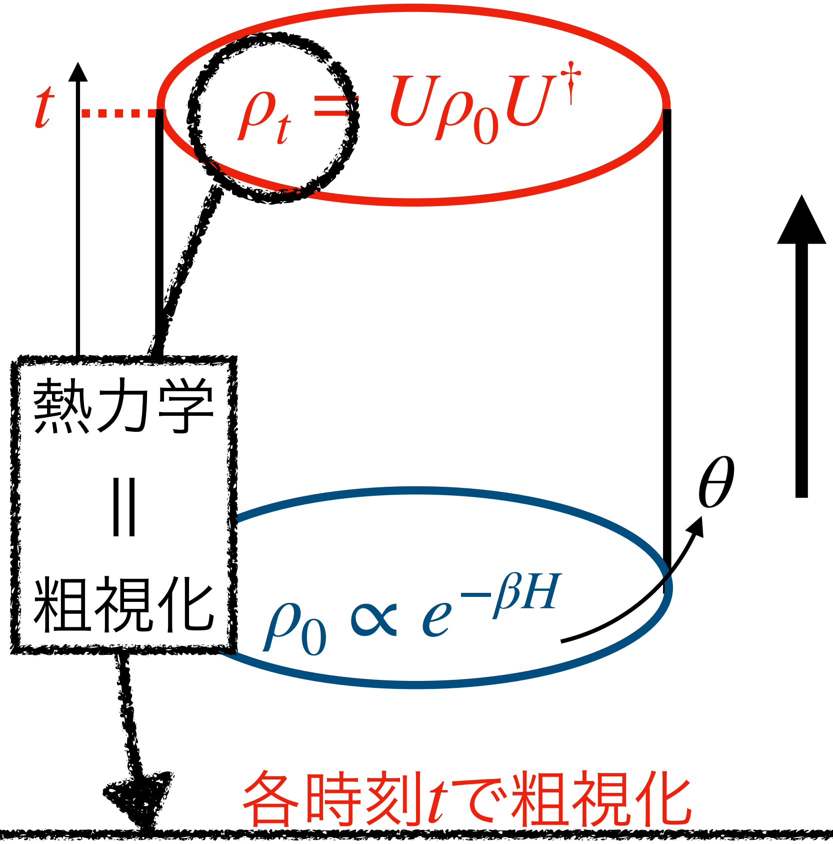
AdS/CFTに基づく第二法則

1. 「孤立」系の第二法則
2. 「開放」系の第二法則

「孤立」系の第二法則

竹田（2024）＋　繁村・清水・杉下・竹田・世田（2024）

CFTから出発 竹田（2024）



時間発展：平衡 → 非平衡

$$H(t) = H_0 + \underbrace{\int \mathrm{d}\theta\, w(t,\theta) O(\theta)}_{\text{仕事}}$$

各時刻tで粗視化

$\mathrm{Tr}(\rho_t H)$と$\mathrm{Tr}(\rho_t O(\theta))$ を尊重する

エントロピー最大状態 $\bar{\rho}_t$

$$\bar{\rho}_t \propto \exp\left[-\beta_t \left(H - \int \mathrm{d}\theta\, \mu_t(\theta) O(\theta)\right)\right]$$

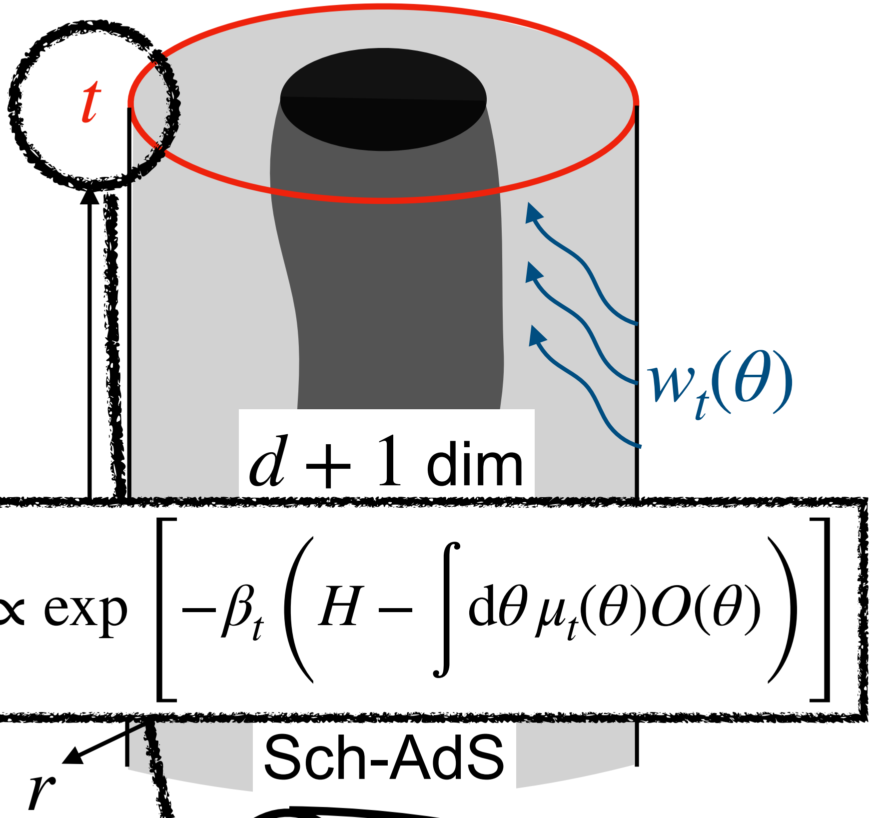
エントロピーと第二法則

$$S_t := -\mathrm{Tr}\bar{\rho}_t \ln \bar{\rho}_t$$

$$S_t \geq S_0$$

（相対エントロピー ≥ 0）

重力理論への翻訳

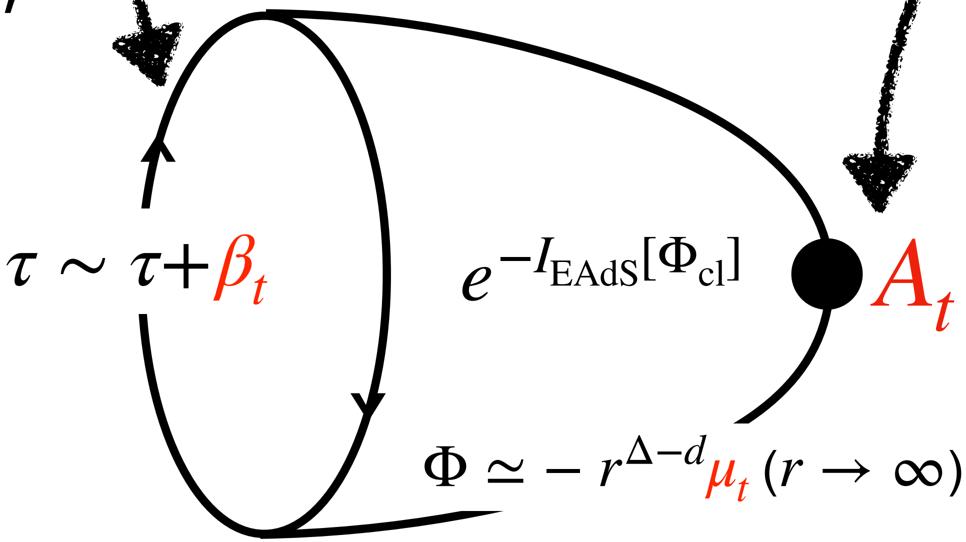


$$\bar{\rho}_t \propto \exp\left[-\beta_t\left(H - \int \mathrm{d}\theta\, \mu_t(\theta) O(\theta)\right)\right]$$

エントロピーと第二法則

$$S_t = -\mathrm{Tr}\bar{\rho}_t \ln \bar{\rho}_t = \frac{A_t}{4G}$$

$$S_t \geq S_0 \iff A_t \geq A_0$$



$\mathrm{Tr}(\rho_t H)$ と $\mathrm{Tr}(\rho_t O(\theta))$ を尊重

AdS/CFT

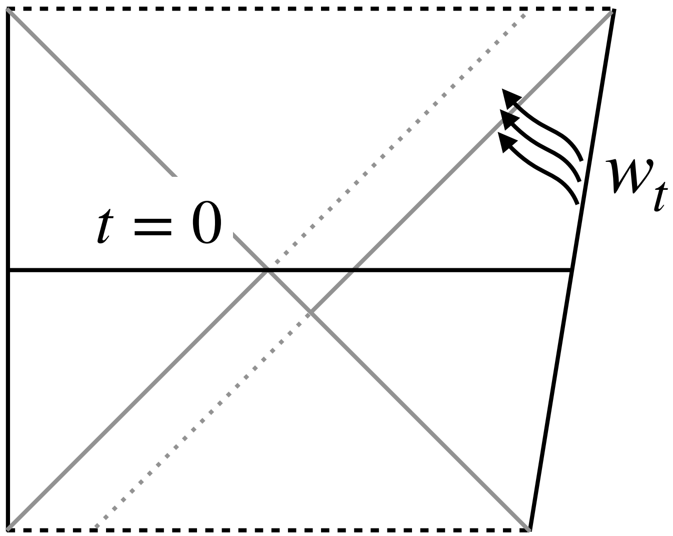
g_{tt} と Φ の漸近モードを尊重

3D Einstein-実Scalarで確認

繁村・清水・杉下・竹田・世田 arXiv:2412.15697

$$I_{\mathrm{AdS}} = \frac{1}{16\pi G}\int \mathrm{d}^3x \left[R + \frac{2}{L^2} - C\left((\partial\Phi)^2 - \frac{\Delta(2-\Delta)}{L^2}\Phi^2 \right)\right] + I_{\mathrm{bdy}}$$

ここでは$0 < \Delta < 1$ → エントロピーが有限



設定

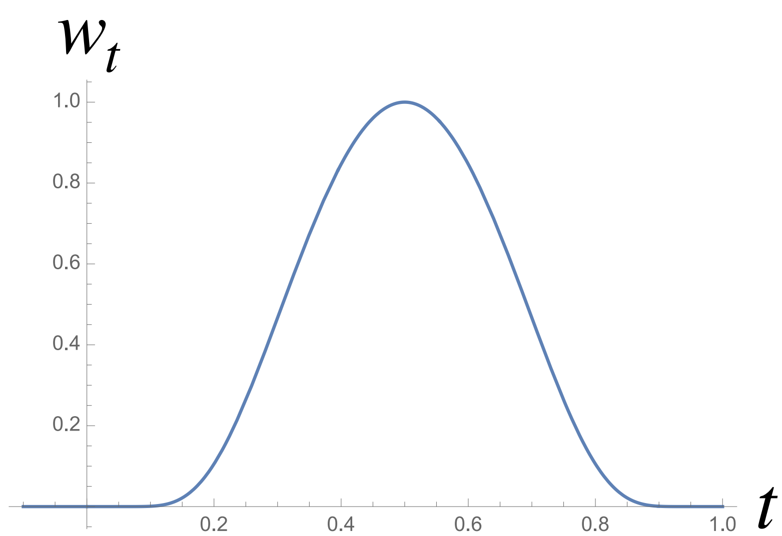
$t > 0$はw_tによって非平衡に

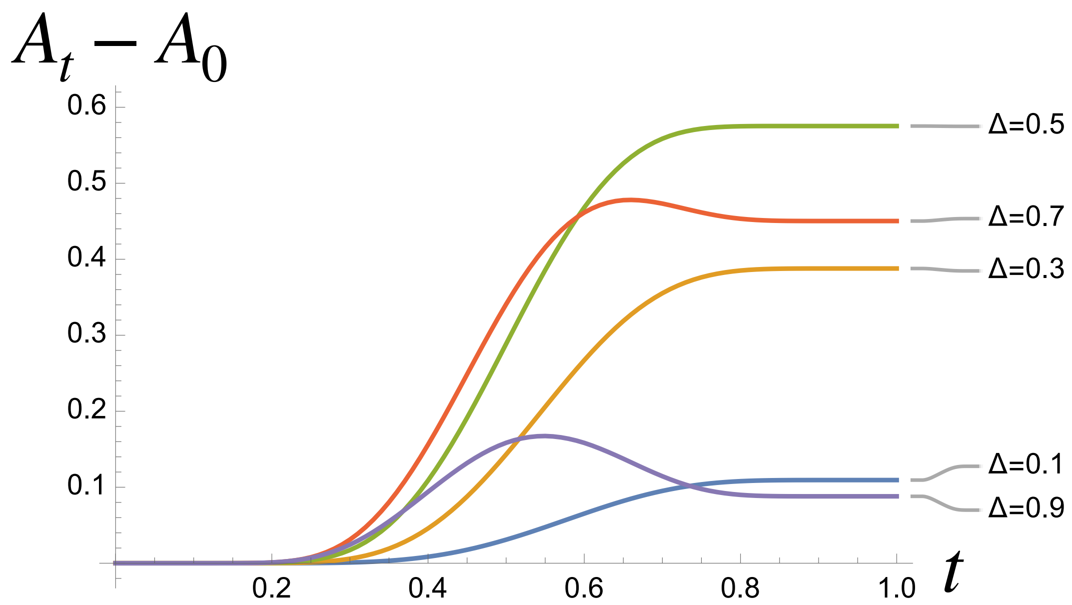
$t < 0$はBTZブラックホール解

w_tを空間一様で小さいとして、2次まで摂動計算

第二法則は満たされる

$$w_t = \begin{cases} e^{-\frac{1}{t}-\frac{1}{1-t}+4} & (0 < t < 1) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

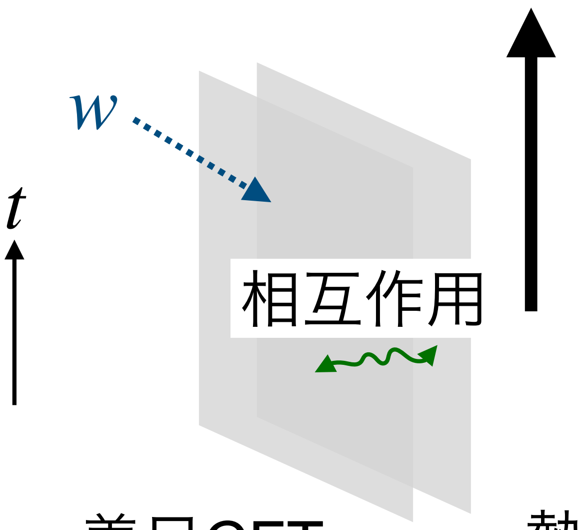




「開放」系の第二法則

繁村・清水・杉下・竹田・世田（2024）

CFTから出発



着目CFT　　熱浴CFT

$$H(t) = H_s + \int \mathrm{d}\theta \, \underline{w(t,\theta)O_s(\theta)}$$

仕事

$$+ H_b + \int \mathrm{d}\theta \, \underline{v_t(\theta)O_s(\theta)O_b(\theta)}$$

相互作用（二重トレース変形）

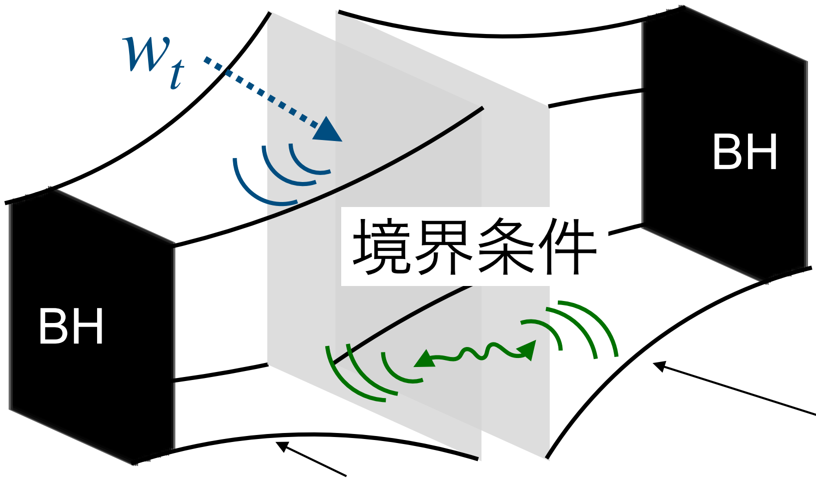
	着目CFT	熱浴CFT
尊重	H_s, O_s	H_b
粗視化	$e^{-\beta_t(H_s+\cdots)}$	$e^{-B_t H_b}$
エントロピー変化	$S_t - S_0$	$\int_0^t \mathrm{d}t' \, B_{t'}\dot{Q}_{t'}$ ← 熱浴のエネルギー増分

第二法則

$$\boxed{S_t - S_0 + \int_0^t \mathrm{d}t' B_{t'}\dot{Q}_{t'} \geq 0}$$

（相対エントロピー ≥ 0）

重力理論への翻訳



着目重力系

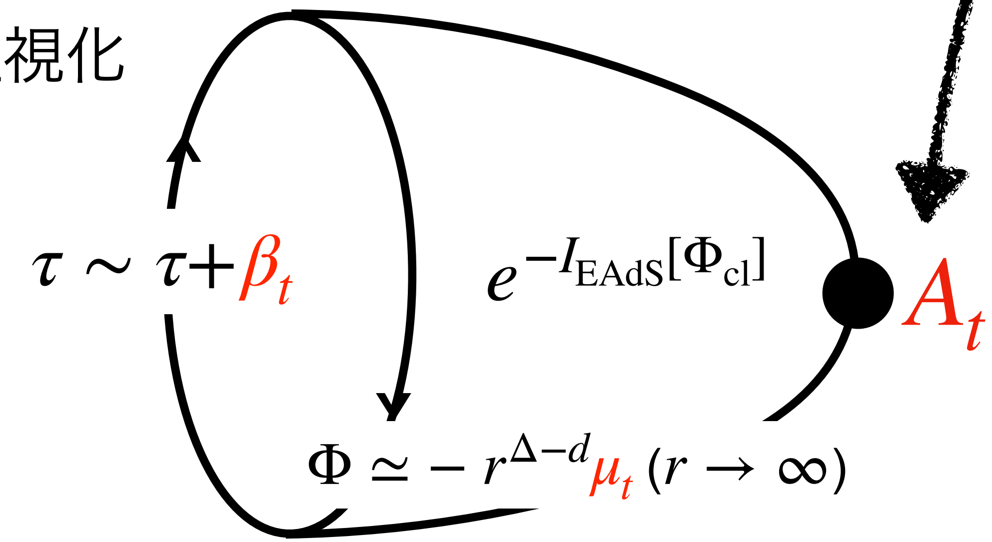
熱浴重力系

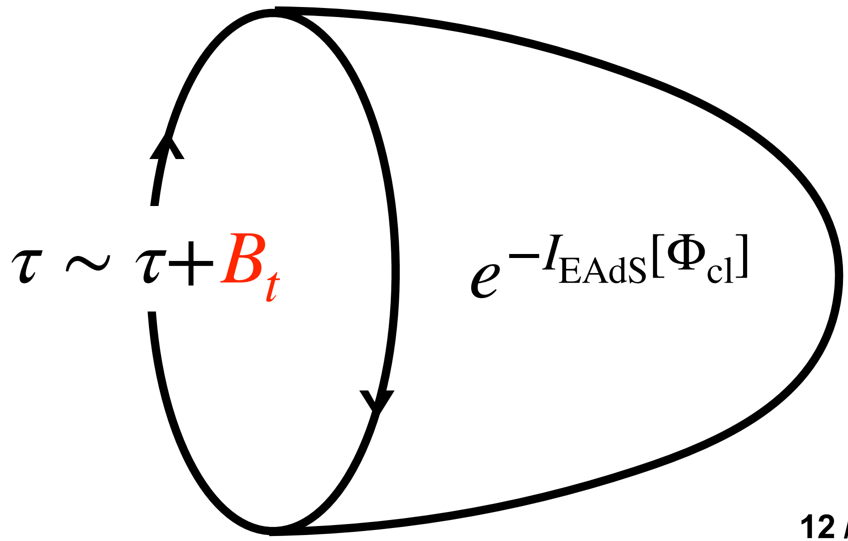
エントロピーと第二法則

$$\frac{A_t}{4G} - \frac{A_0}{4G} - \int_0^t \mathrm{d}t' B_{t'} \dot{M}_{t'}^{(b)} \geq 0$$

尊重　　$g_{tt}^{(s)}$ と $\Phi^{(s)}$ の漸近モード　　$g_{tt}^{(b)}$ の漸近モード

粗視化





AdS/CFTに基づく第二法則

1. 「孤立」系の第二法則
2. 「開放」系の第二法則