# AdS/CFTに基づいた動的ブラックホールの粗視化エントロピーの提案

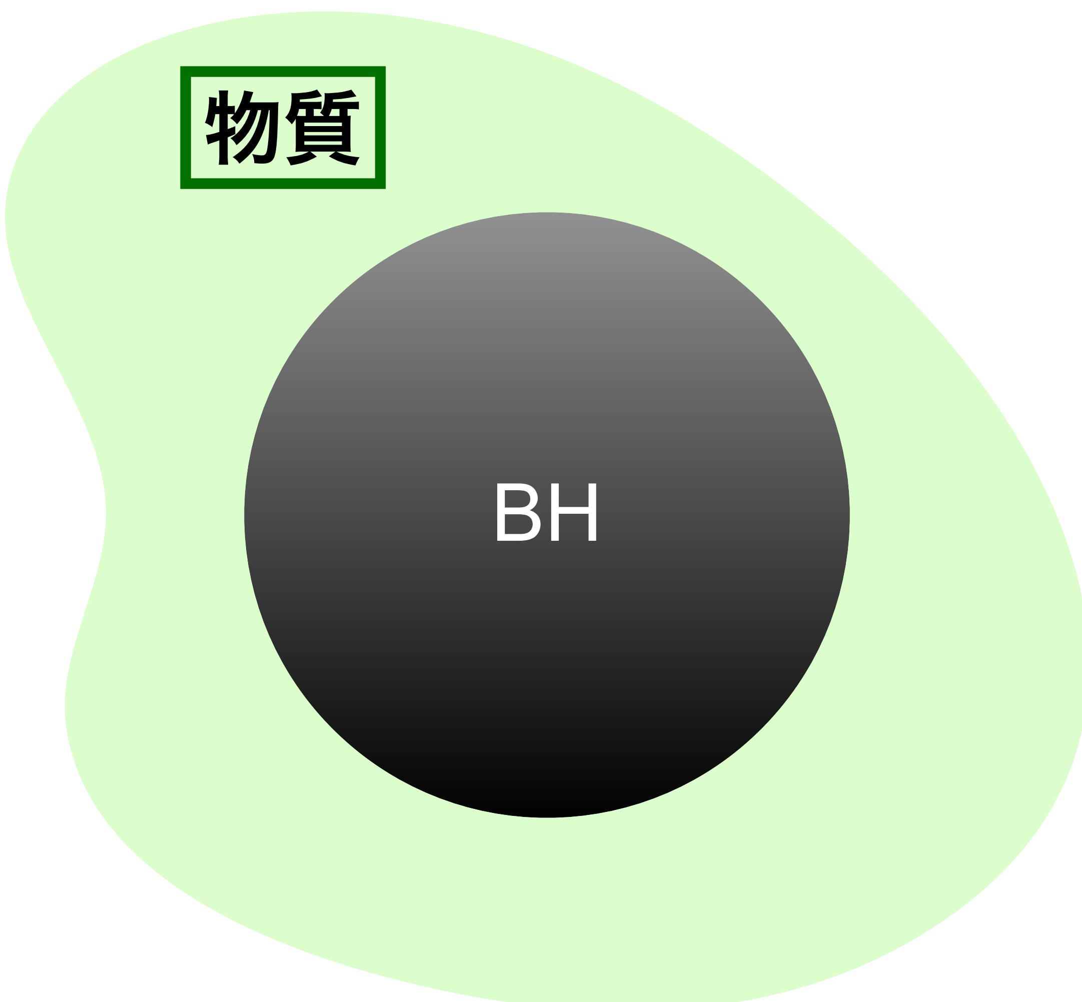
竹田 大地（京都大学）

JHEP 2024, 319, (2024) に基づく

2024/10/16
第79回年次大会

@北海道大学

# これまで：エネルギー条件から第二法則へ




**ブラックホール系のエントロピー**

$$S \overset{?}{=} \frac{\mathrm{Area}}{4G} + S_{\mathrm{matter}}$$

**ブラックホール熱力学第二法則**

$\Delta S \geq 0$（証明：エネルギー条件）

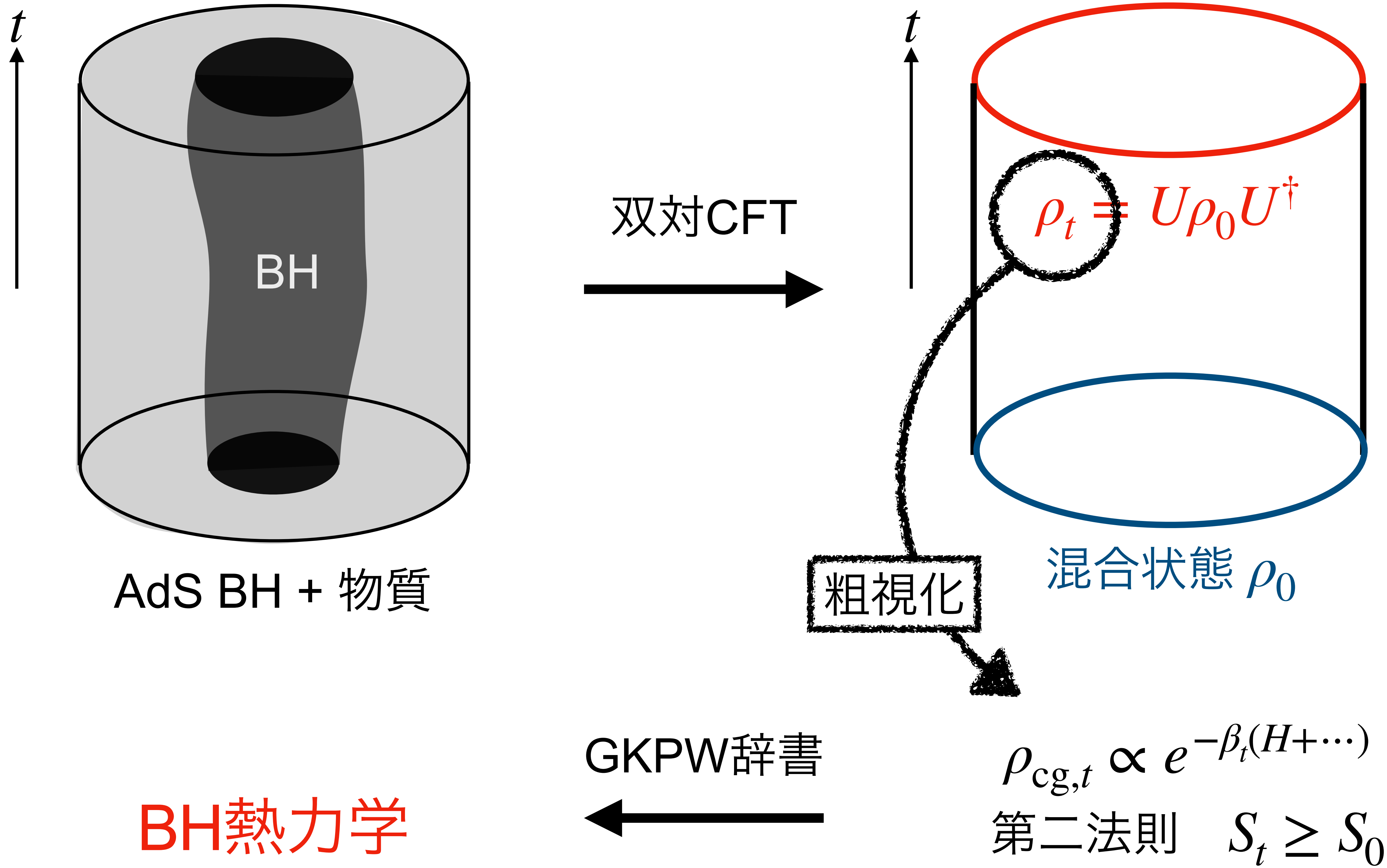
例：ヌルエネルギー条件

何を選んだら良い？

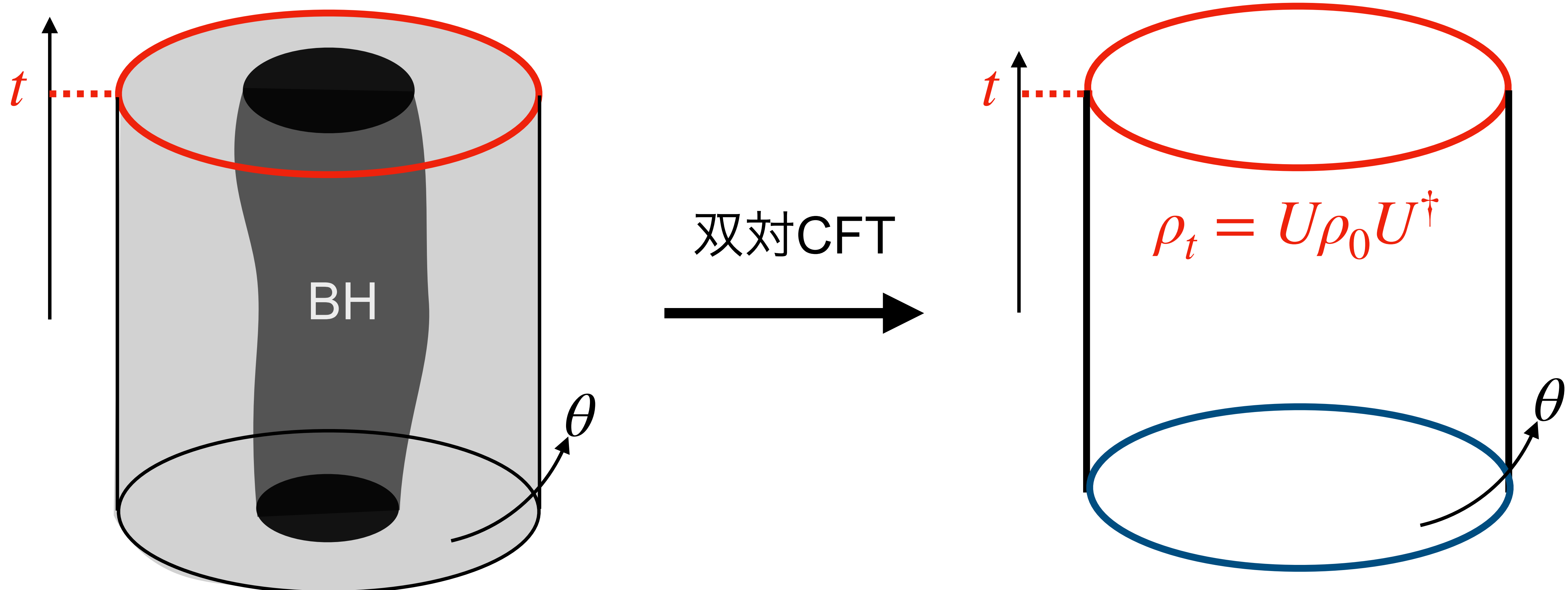
BH熱力学を定式化する指導原理が欲しい！

# AdS/CFTを指導原理にしてBH熱力学を構築

## 今日の流れ



# AdS境界の物理量＝演算子期待値




混合状態 $\rho_0$

$Z[j] = e^{iI_{\mathrm{grav}}[\Phi]} \quad \Phi^I(x) \sim r^{\Delta_I - d} j^I(t,\theta)$

BH質量：$M_t$ $\longrightarrow$ $\mathrm{Tr}(\rho_t H)$

物質の漸近モード：$\pi_{I,t}(\theta) := \dfrac{\delta}{\delta j^I(t,\theta)} I_{\mathrm{grav}}[\Phi]$ $\longrightarrow$ $\mathrm{Tr}(\rho_t O_I(\theta))$

（今回は角運動量なし）

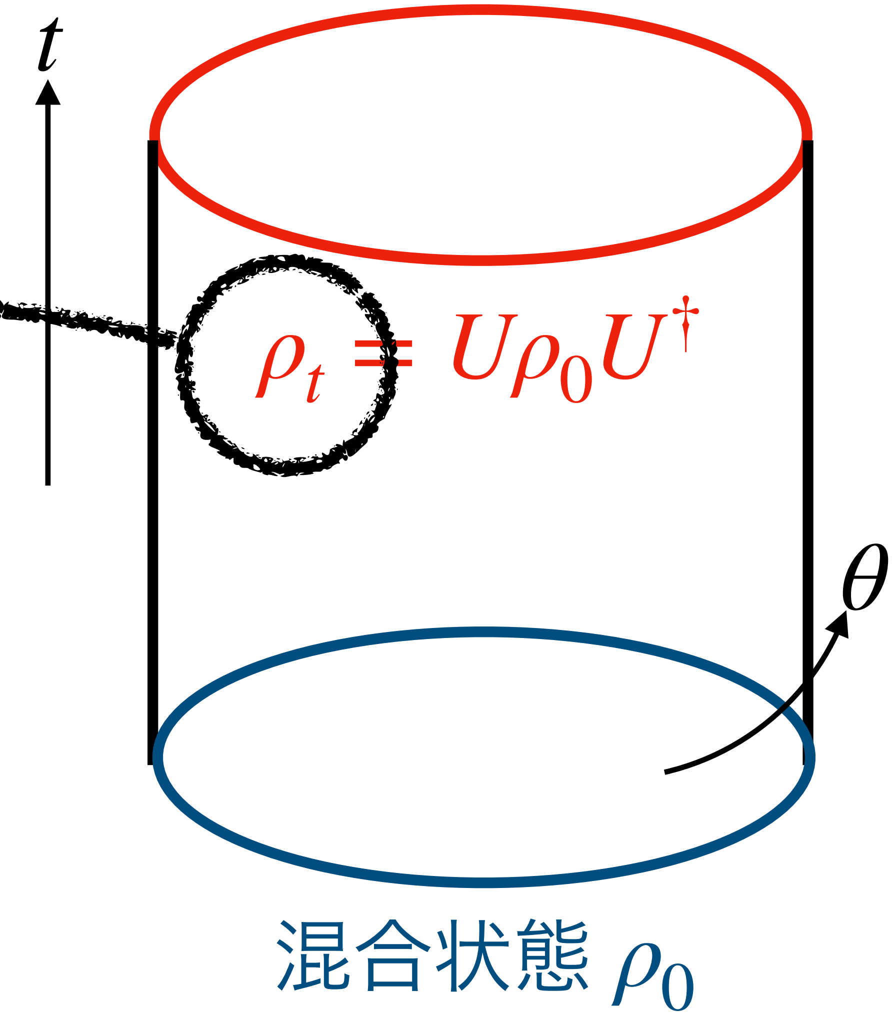
# 粗視化：ある側面だけ尊重する

$\mathrm{Tr}(\rho_t H)$と$\mathrm{Tr}(\rho_t O_I(\theta))$

を尊重する

エントロピー最大状態$\rho_{\mathrm{cg},t}$

粗視化




未定乗数法

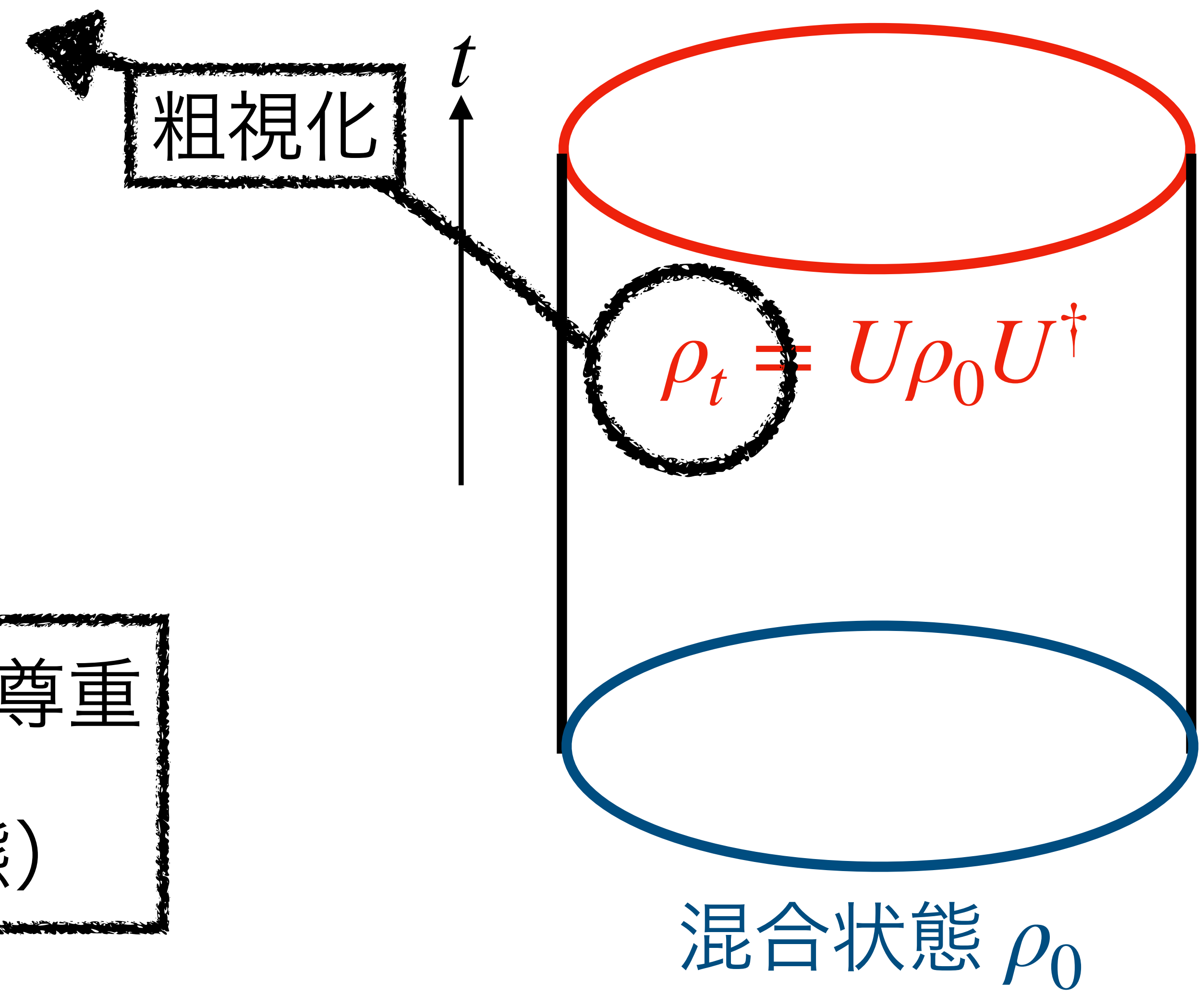
未定乗数

$$\rho_{\mathrm{cg},t} \propto \exp\left[-\beta_t\left(H - \int \mathrm{d}^{d-1}\theta\, \lambda^I_t(\theta) O_I(\theta)\right)\right]$$

# CFTのユニタリ性から、第二法則

粗視化エントロピー

$$S_t := -\mathrm{Tr}\rho_{\mathrm{cg},t}\ln\rho_{\mathrm{cg},t}$$



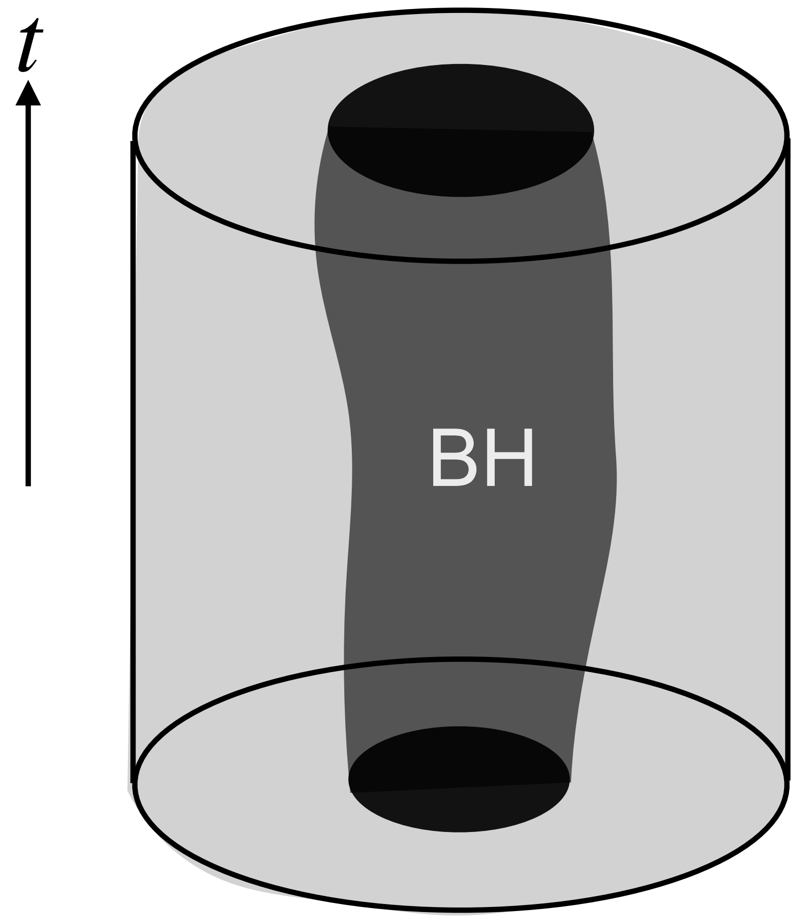

**第二法則　$S_t \geq S_0$**

- $\rho_{\mathrm{cg},t}$はTr$(\rho_t H)$とTr$(\rho_t O_I(\theta))$を尊重
- $\rho_t = U\rho_0U^\dagger$（$\rho_0$は粗視化状態）

相対エントロピーの正定値性

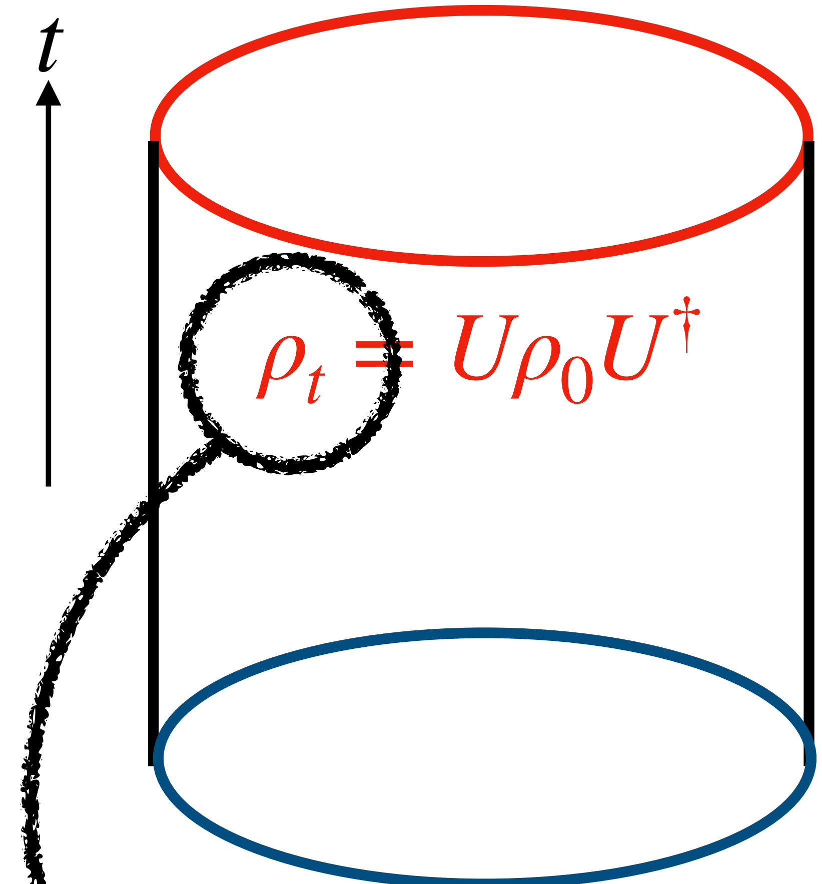
$$0 \leq \mathrm{Tr}\left[\rho_t\left(\ln\rho_t - \ln\rho_{\mathrm{cg},t}\right)\right]$$

# AdS/CFTを指導原理にしてBH熱力学を構築




AdS BH + 物質

双対CFT




混合状態 $\rho_0$

粗視化

$$\rho_{\mathrm{cg},t} \propto e^{-\beta_t(H+\cdots)}$$

第二法則 $S_t \geq S_0$

GKPW辞書

BH熱力学

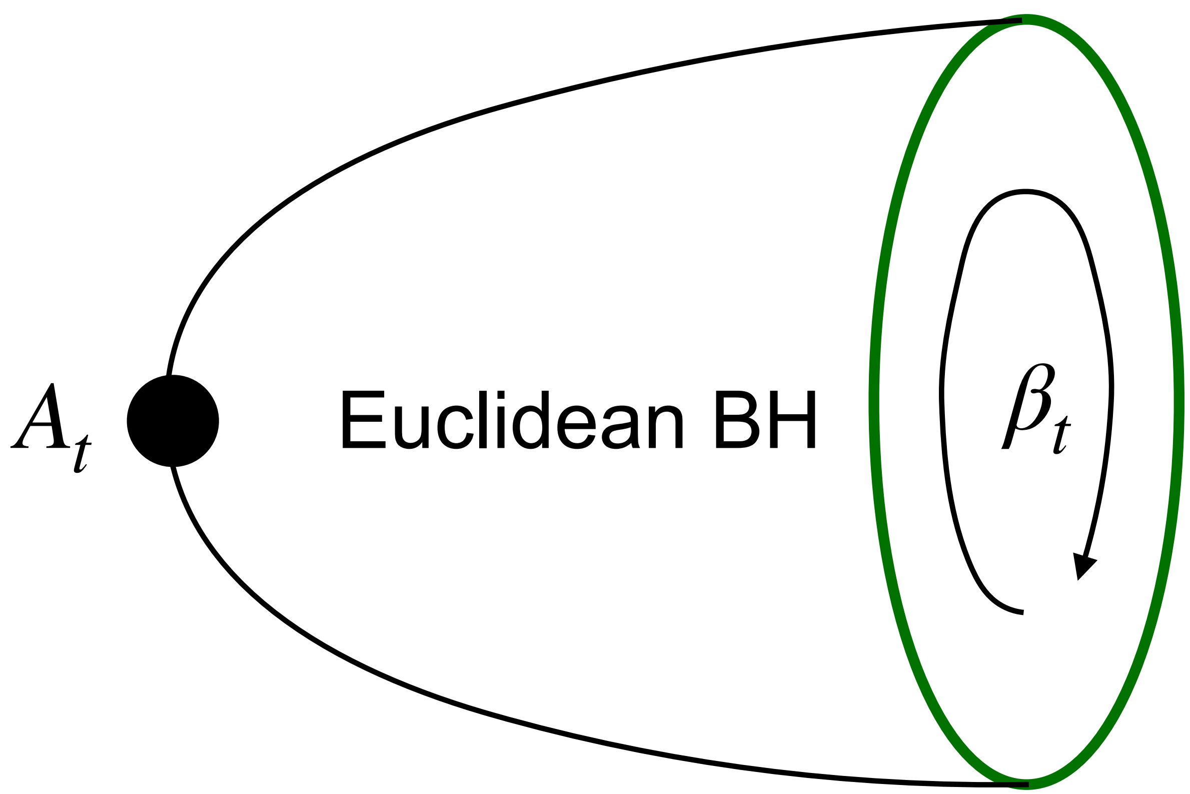
# 粗視化状態はユークリッドBHに対応

$$S_t = -\,\mathrm{Tr}\rho_{\mathrm{cg},t}\ln\rho_{\mathrm{cg},t} = -\,\beta_t^2\frac{\partial}{\partial\beta_t}\left[\beta_t^{-1}\,\underline{\ln \mathrm{Tr}e^{-\beta_t(H+\cdots)}}\right]$$

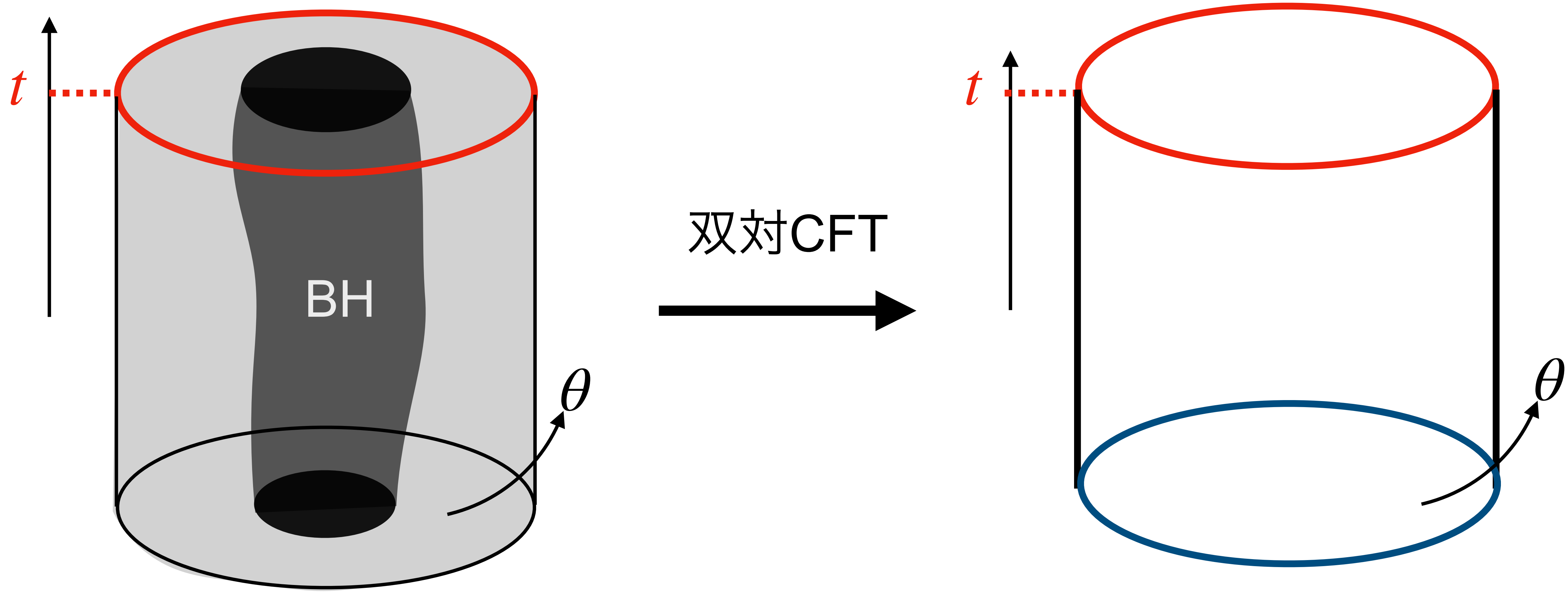
GKPW辞書

$$\boxed{-I^{(\mathrm{E})}_{\mathrm{grav}}[\Phi]}$$

$$= \frac{A_t}{4G}$$



# 重力での粗視化＝ユークリッド時空

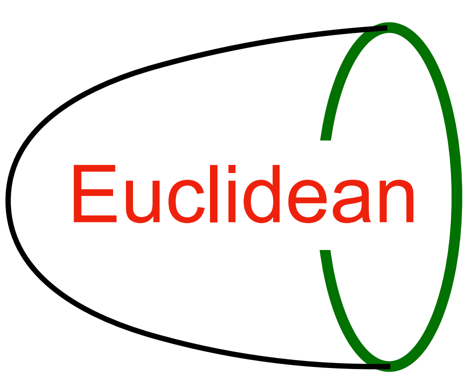



BH質量：$M_t$

物質の漸近モード：$\pi_{I,t}(\theta)$

$\mathrm{Tr}(\rho_t H)$

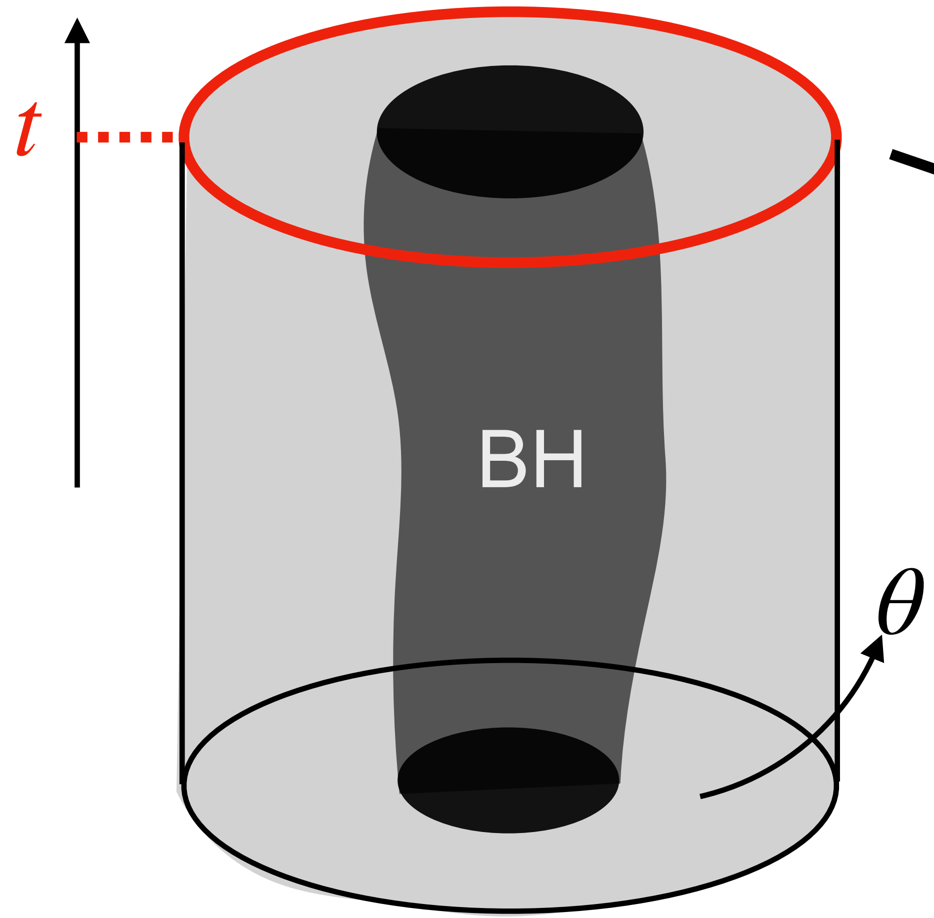
$\mathrm{Tr}(\rho_t O_I(\theta))$



が尊重

$\rho_{\mathrm{cg},t}$が尊重

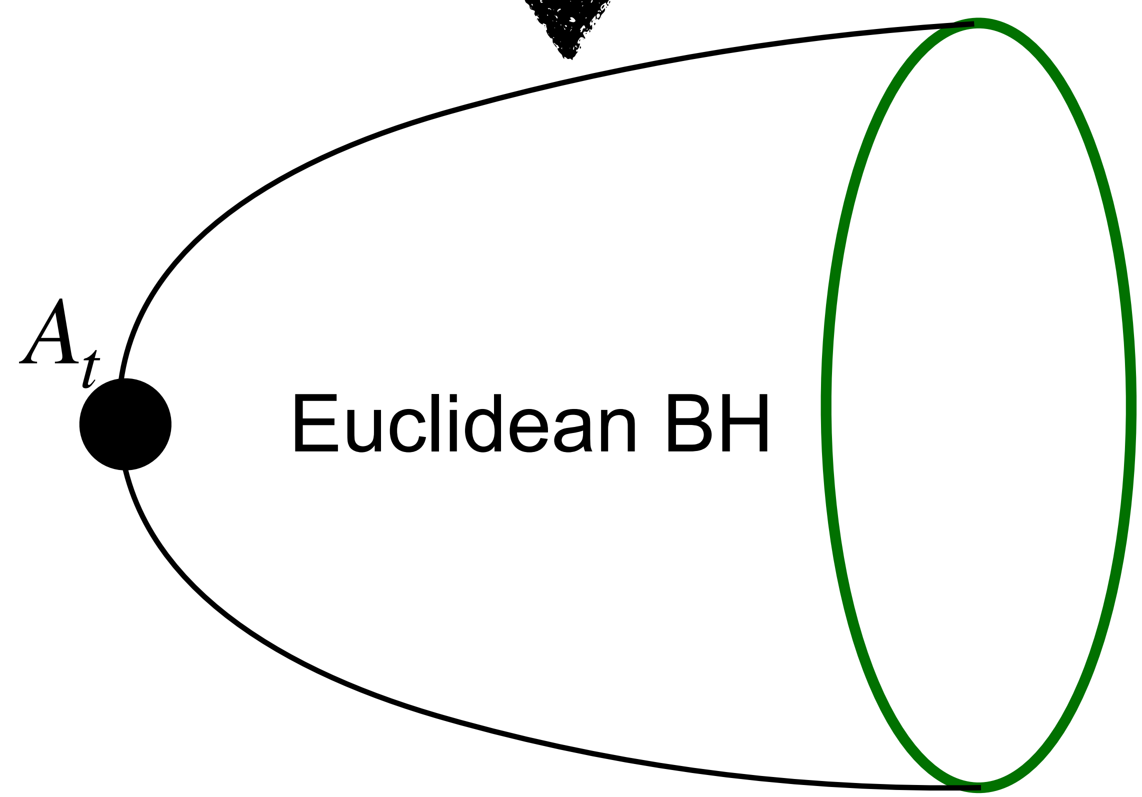
# まとめ：重力で閉じた定式化




BH質量：$M_t$

物質の漸近モード：$\pi_{I,t}(\theta)$

粗視化は同じ値を持つ
ユークリッドBH




粗視化エントロピー：$S_t = \dfrac{A_t}{4G}$

第二法則：$S_t \geq S_0$ (by AdS/CFT)

論文では $\dot{S}_t = \beta_t(\dot{M}_t + \cdots)$ も