AdS/CFT対応における3次元のバルク時空再構築に向けて

竹田 大地　(京大・素論D1)

D. Takeda, JHEP **124** (2022)に基づく

2022/8/8
原子核三者若手　夏の学校2022

時空の構成は可能か？

新しい重力の見方

時空の

存在

要素

定義

力学

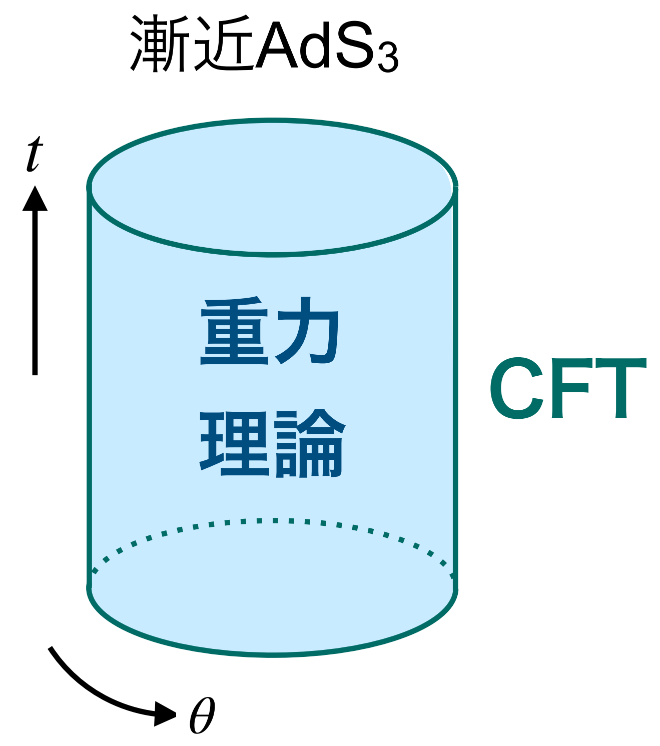
AdS/CFT対応

バルク重力 = 境界CFT

以下，静的な漸近AdS_3

AdS/CFT対応

$$Z_{\text{gravity}} = Z_{\text{CFT}}$$



バルク時空再構築

CFTの量 ⇨ バルク時空

境界CFT ⇒ バルク時空

境界CFT_2のエンタングルメントから静的な漸近AdS_3

D.T.(2022)

1. バルク時空は境界点関数と光円錐切断にエンコードされている

2. デコードしてバルク時空へ　(例：pure AdS_3)

3. どんなバルクも作れるか？

境界CFT ⇒ バルク時空

境界CFT_2のエンタングルメントから静的な漸近AdS_3

D.T.(2022)

1. バルク時空は境界点関数と光円錐切断にエンコードされている

2. デコードしてバルク時空へ　(例：pure AdS_3)

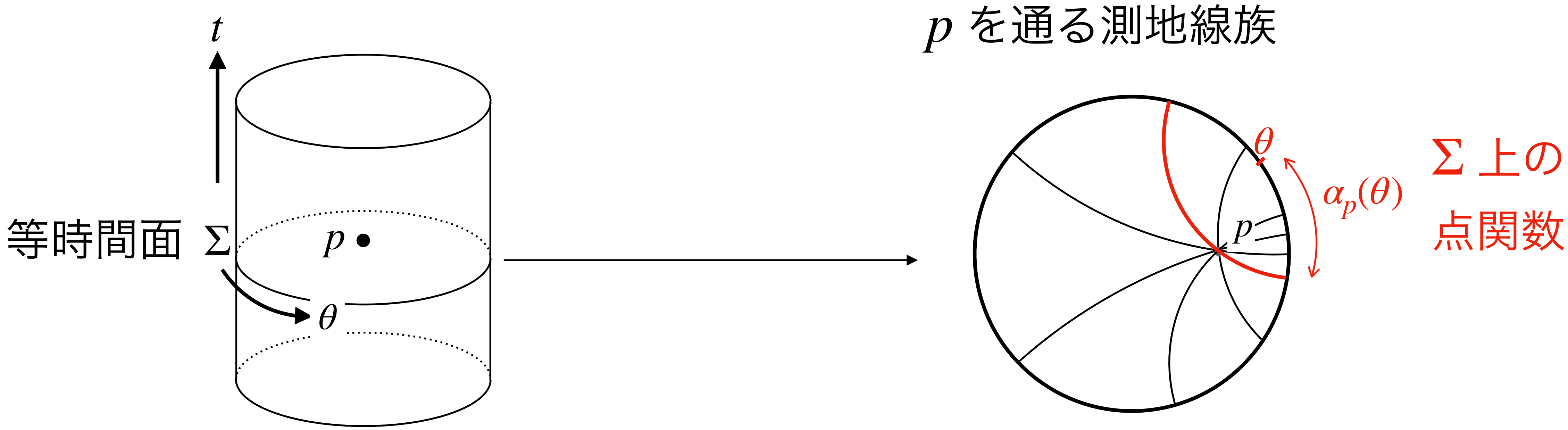
3. どんなバルクも作れるか？

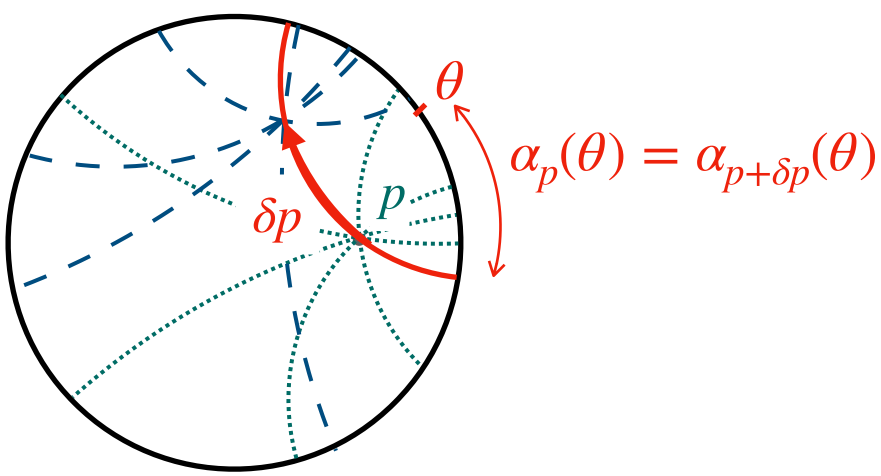
しばらくはAdS/CFTは登場しない

境界にCFTはない

点関数は空間的測地線を知る

Czech, Lamprou (2014)





性質

$\alpha_p(\theta) = \alpha_{p+\delta p}(\theta)$

$\Rightarrow \delta p$ は測地線の接ベクトル　(θ：固定)

$p \neq q \Rightarrow \alpha_p \neq \alpha_q$　(Σ上)

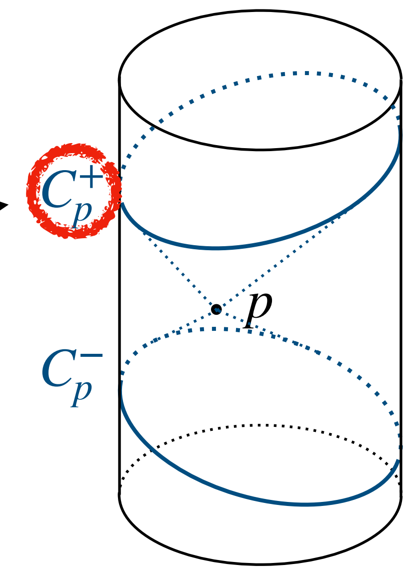
光円錐切断はヌルベクトルを知る

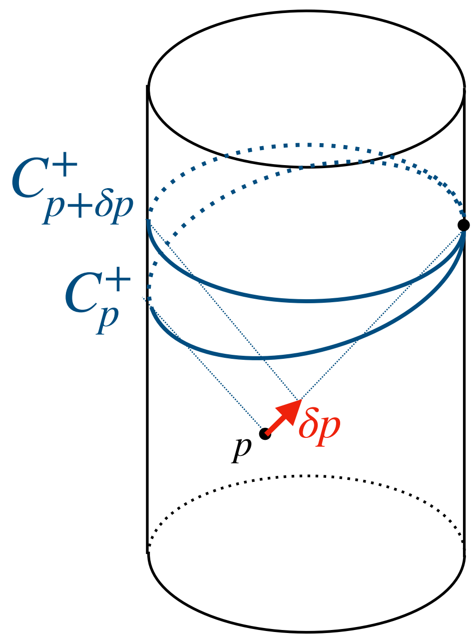
Engelhardt, Horowitz (2015)

光円錐切断

点 p の光円錐と

境界の共通部分





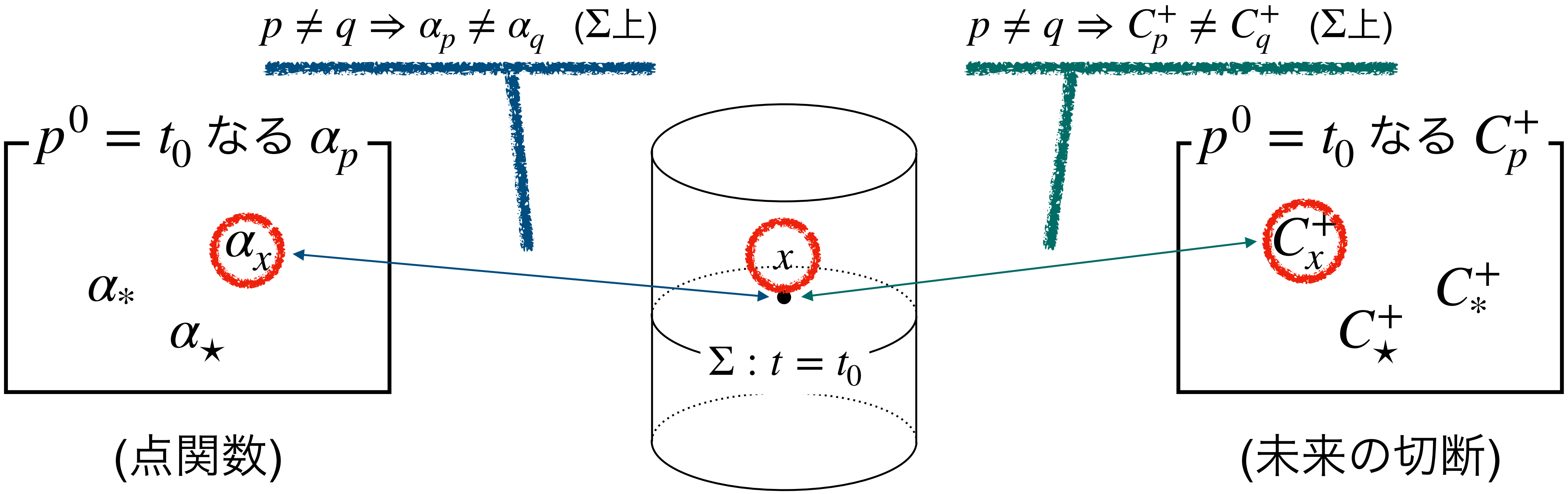
性質

C_p^+ と $C_{p+\delta p}^+$ が1点で接する

$\Rightarrow \delta p$ はヌルベクトル

$p \neq q \Rightarrow C_p^+ \neq C_q^+$

点関数と光円錐切断は1対1



今回考えるクラス

真空のEinstein重力

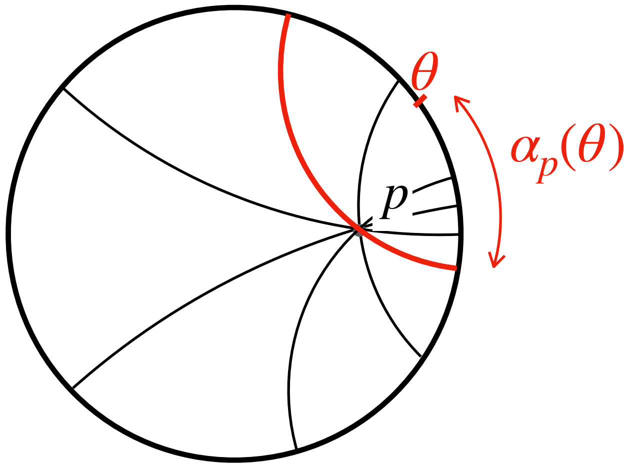
$$\Lambda = -\frac{1}{L^2}$$

$$C_p^+ = t_0 + L\alpha_p$$

V. E. Hubeny, M. Rangamani(2012)
D.T.(2022)

一般の対応関係は今後検討

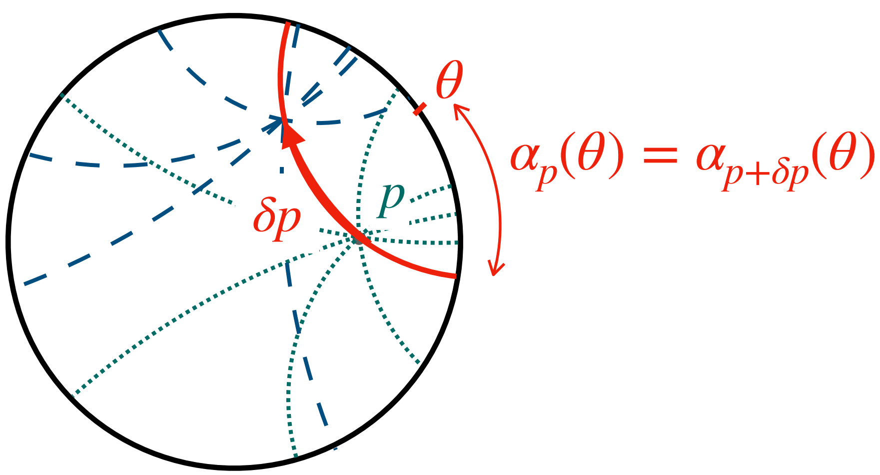
バルク時空は点関数にエンコードされている



Σ 上の点に点関数が1つ対応

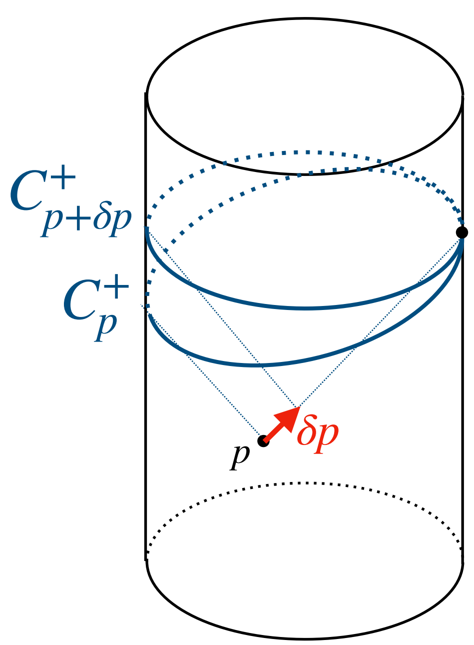
光円錐切断は点関数から

$C_p^+ = t_0 + L\alpha_p$



点関数はΣ上の測地線を知る

$\alpha_p(\theta) = \alpha_{p+\delta p}(\theta)$



切断はヌルベクトルを知る

C_p^+ と $C_{p+\delta p}^+$ が1点で接する

境界CFT ⇒ バルク時空

境界CFT_2のエンタングルメントから静的な漸近AdS_3

D.T.(2022)

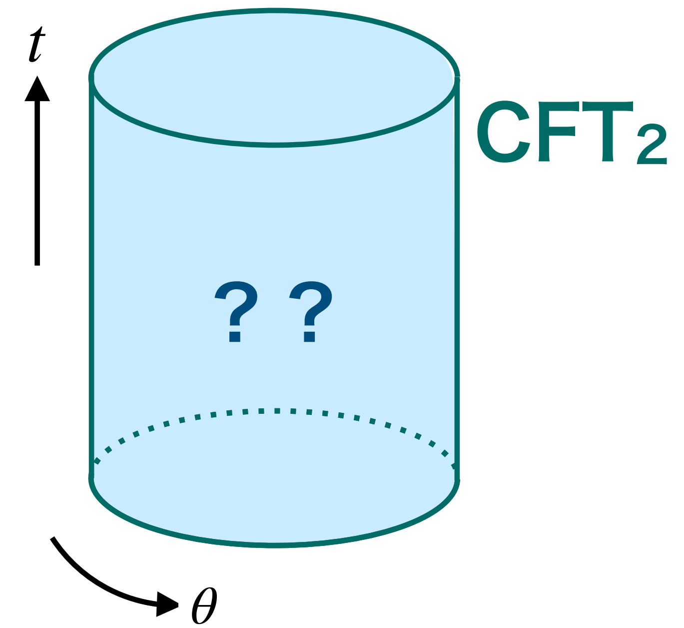
1. バルク時空は境界点関数と光円錐切断にエンコードされている
2. デコードしてバルク時空へ　(例：pure AdS_3)
3. どんなバルクも作れるか？

CFT_2 が $|0\rangle \Rightarrow \text{AdS}_3$

これまでは境界にCFTはなかった

目標：境界のCFTからバルク時空！

例：$\text{CFT}_2\ |0\rangle \Rightarrow \text{AdS}_3$



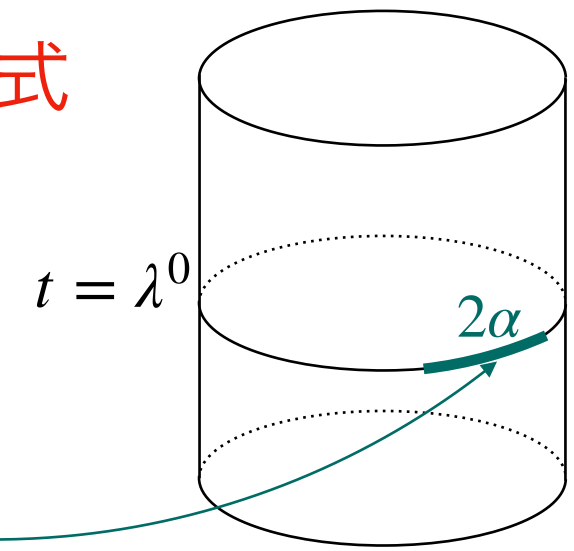
$$\mathrm{d}s^2 = -\,\mathrm{d}t^2 + L^2\mathrm{d}\theta^2$$

エンタングルメントから点関数

予想　Czech, Lamprou (2014)

$t=\lambda^0$ 上の点関数の集合(関数の集合)を与える微分方程式

$$[1-\alpha'(\theta)^2]S'''(\alpha(\theta))+2\alpha''(\theta)S''(\alpha(\theta))=0$$



$S(\alpha)$：エンタングルメント・エントロピー

CFT$_2$ $|0\rangle \to S(\alpha)\sim \ln\sin\alpha$

$$\alpha_\lambda(\theta)=\cos^{-1}[\lambda^1\cos(\theta-\lambda^2)]$$

積分定数

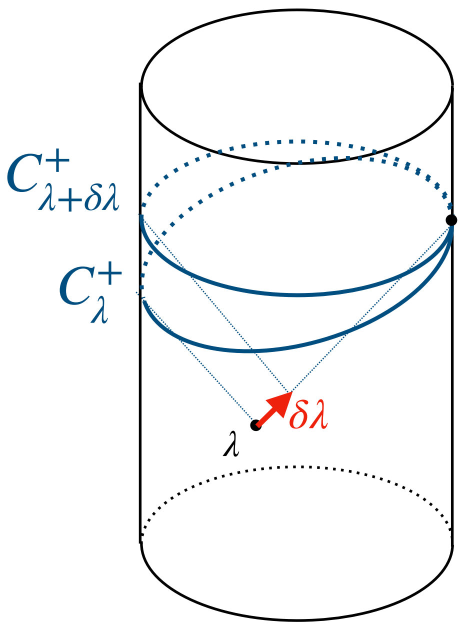
$\{(\lambda^0,\alpha_\lambda)\}$：バルク時空　　$\lambda=(\lambda^0,\lambda^1,\lambda^2)$：座標系

点関数から光円錐切断

仮定

$$C_\lambda^+(\theta) = t_0 + L\alpha_\lambda(\theta)$$

光円錐切断で因果構造決定



Engelhardt, Horowitz (2015)

C^+_λ と $C^+_{\lambda+\delta\lambda}$ が接する ⇒ $\delta\lambda$ は λ でのヌルベクトル

$$\forall\theta,\ \delta\lambda^\mu\delta\lambda^\nu g_{\mu\nu}(\lambda)=0$$

$$C^-_\lambda(\theta)=C^-_{\lambda+\delta\lambda}(\theta)\quad\text{and}\quad\frac{d}{d\theta}C^-_\lambda(\theta)=\frac{d}{d\theta}C^-_{\lambda+\delta\lambda}(\theta)$$

⇩

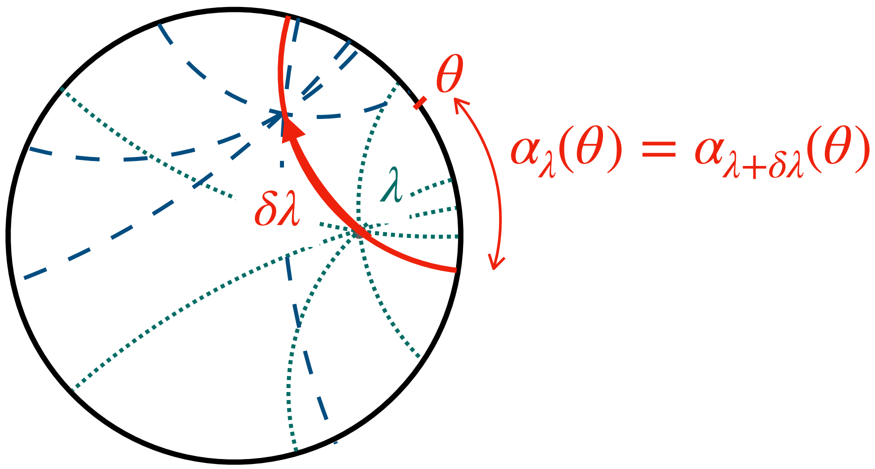
$$\delta\lambda\propto L\lambda^1\sqrt{1-(\lambda^1)^2\cos^2(\theta-\lambda^2)}\,\frac{\partial}{\partial\lambda^0}+\cdots$$

⇩

$$ds^2=e^{\omega(\lambda)}\Big[-\{1-(\lambda^1)^2\}(d\lambda^0)^2+L^2(d\lambda^1)^2+L^2(\lambda^1)^2\{1-(\lambda^1)^2\}(d\lambda^2)^2\Big]$$

共形因子不定

点関数で共形因子決定



D.T.(2022)

$\alpha_\lambda(\theta) = \alpha_{\lambda+\delta\lambda}(\theta) \Rightarrow \delta\lambda$ は測地線の接ベクトル

$\forall\theta,\quad e^{\omega(\lambda)}$ で書いた測地線方程式

$$ds^2 = e^{\omega(\lambda)}\left[-\{1-(\lambda^1)^2\}(d\lambda^0)^2 + L^2(d\lambda^1)^2 + L^2(\lambda^1)^2\{1-(\lambda^1)^2\}(d\lambda^2)^2\right]$$

$$u(\lambda,\theta) := \lambda^1\sin(\theta-\lambda^2)\frac{\partial}{\partial\lambda^1} - \cos(\theta-\lambda^2)\frac{\partial}{\partial\lambda^2}$$

$$a(\lambda,\theta) := \lambda^1\frac{\partial}{\partial\lambda^1} - \sin(2\theta-2\lambda^2)\frac{\partial}{\partial\lambda^2}$$

⇩

$$\omega(\lambda) = -\ln\left[1-(\lambda^1)^2\right]$$

デコードしてバルク時空へ

エンタングルメントから点関数

点関数の集合が時空

点関数から光円錐切断

光円錐切断で因果構造を決定

点関数で共形因子を決定

AdS$_3$，AdS$_3$ソリトン，BTZブラックホールも

CFTのエンタングルメントから出発

点関数と光円錐切断の合わせ技

漸近 AdS_3 時空を構成

境界CFT ⇒ バルク時空

境界CFT_2のエンタングルメントから静的な漸近AdS_3

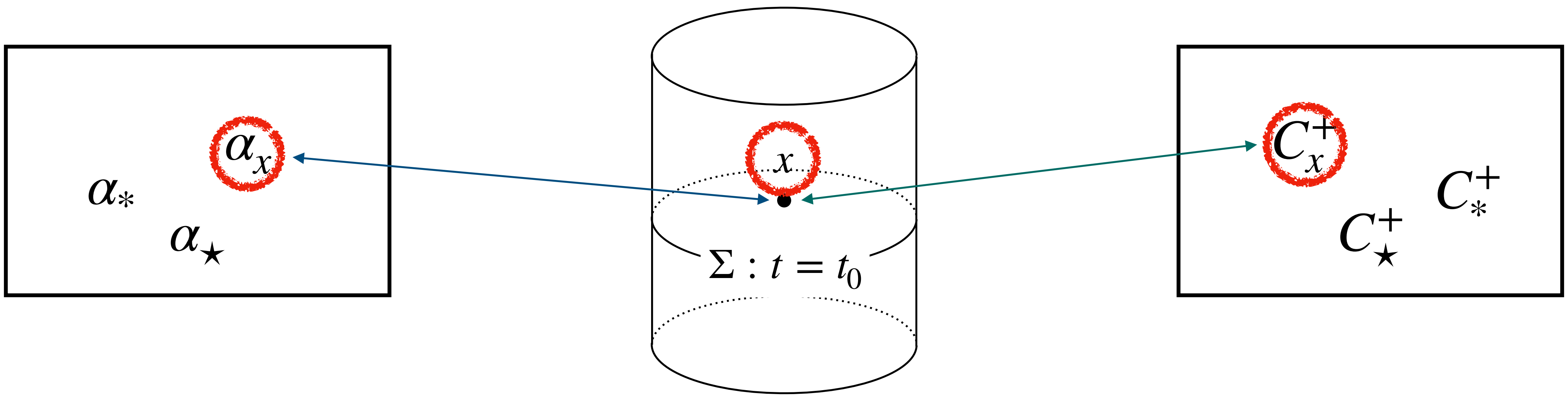
D.T.(2022)

1. バルク時空は境界点関数と光円錐切断にエンコードされている

2. デコードしてバルク時空へ　(例：pure AdS_3)

3. どんなバルクも作れるか？

どんなバルクも作れるか？



今回は　$C_p^+ = t_0 + L\alpha_p$

CFTの状態ごとに決まっているはず

⇩

静的な漸近 AdS$_3$ に対する一般論

非静的，高次元への拡張

$$C_p^+(\theta) = t_0 + L\alpha_p(\theta)$$