量子重力実験に向けた時空創発リングの探索

素粒子理論家

物性実験家

竹田 大地(京都大学 素粒子論研究室 D1)

橋本幸士氏, 田中耕一郎氏, 米澤進吾氏との共同研究

arXiv:2211.13863
に基づく

2022/12/15　@日本大学文理学部

この宇宙を相手に量子重力検証？

量子重力の定式化は未解明

理論の候補は知られている：　超弦理論、ループ量子重力....

この世界での量子重力検証

問：なぜ検証ができない？

→ プランク長さが小さく、到達できない

扱える重力系を作る

AdS/CFT対応：重力系 ↔ 重力がない量子系

$$\frac{1}{16\pi G}\int_{d+1\,\text{次元}} d^{d+1}x\sqrt{-g}(R-\underbrace{2\Lambda}_{<0}+\cdots)+(\text{matter})$$

古典重力

弱結合

量子重力？

S_{CFT} (d次元のCFT)

自由度が大きい

強結合

ホログラフィックに重力を扱う

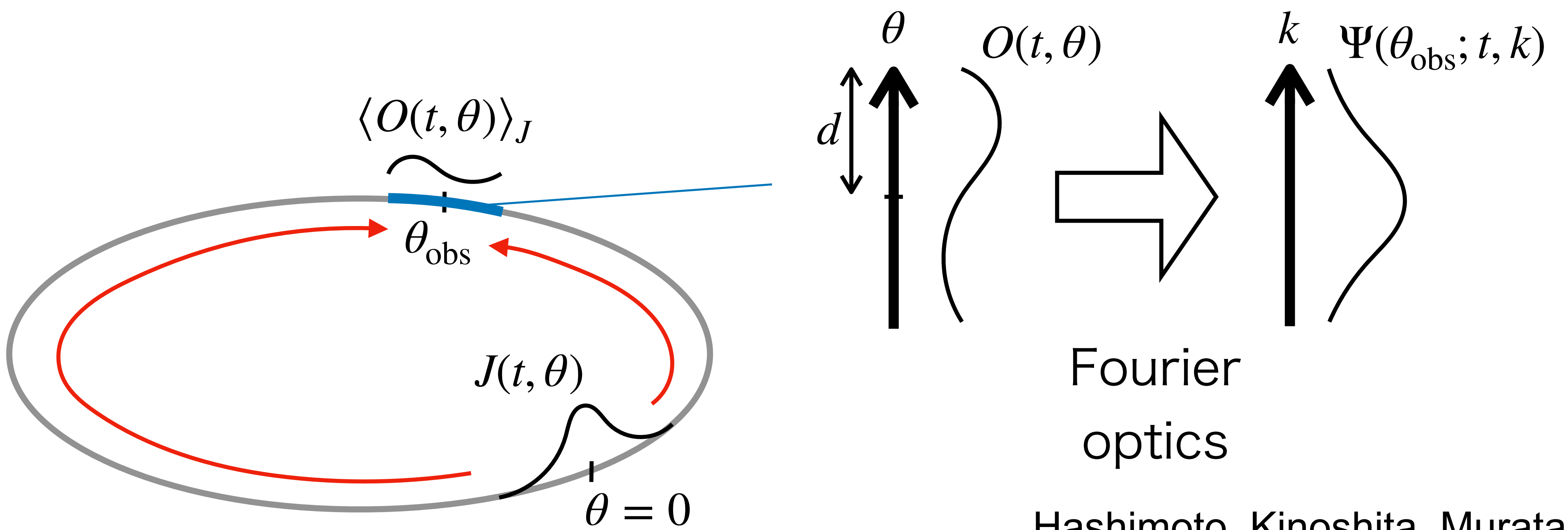
こちら側は量子臨界物質にありそう

時空創発物質(SEM)

spacetime-emergent material

光学イメージングでSEMを探索

AdS$_3$ / CFT$_2$ の場合にSEM探す



Hashimoto, Kinoshita, Murata (2018)

- 光学イメージングの結果にSEMのシグナルを発見
- 普通のスカラー場と比較
- 実験パラメータの見積もり

光学イメージングで、物性の中からSEMを判別

1. セットアップ
   リング上のQFTに局所ソース、応答をイメージング

2. non-SEMモデルの応答
   リング上のスカラー場で、金属/絶縁転移

3. SEMモデルの応答
   バルクの自由スカラー場で、AdSソリトン/BTZ転移

4. イメージングの実行
   AdSソリトンでは対蹠点が輝く！

光学イメージングで、物性の中からSEMを判別

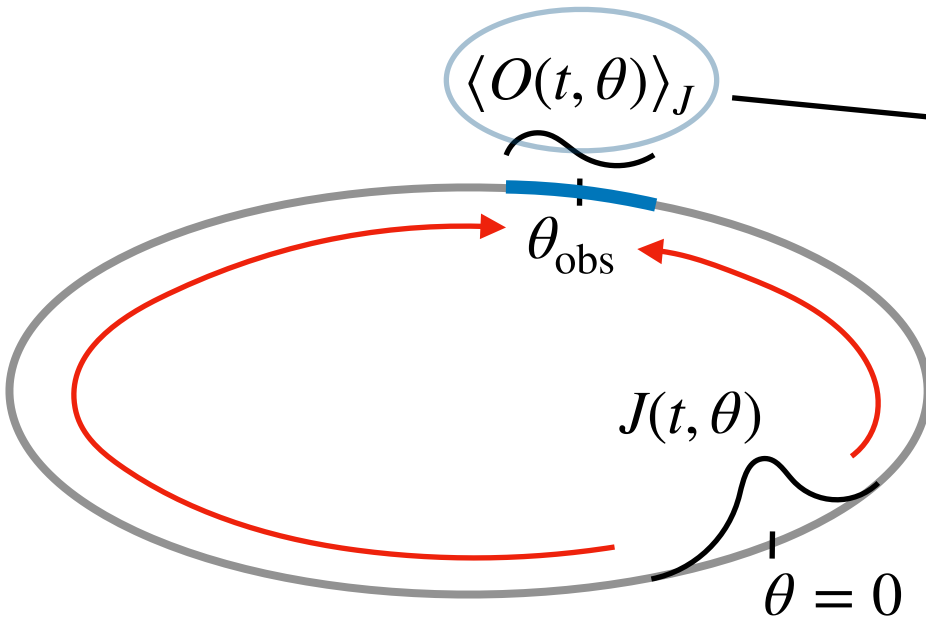
1. セットアップ
   リング上のQFTに局所ソース、応答をイメージング

2. non-SEMモデルの応答
   リング上のスカラー場で、金属/絶縁転移

3. SEMモデルの応答
   バルクの自由スカラー場で、AdSソリトン/BTZ転移

4. イメージングの実行
   AdSソリトンでは対蹠点が輝く！

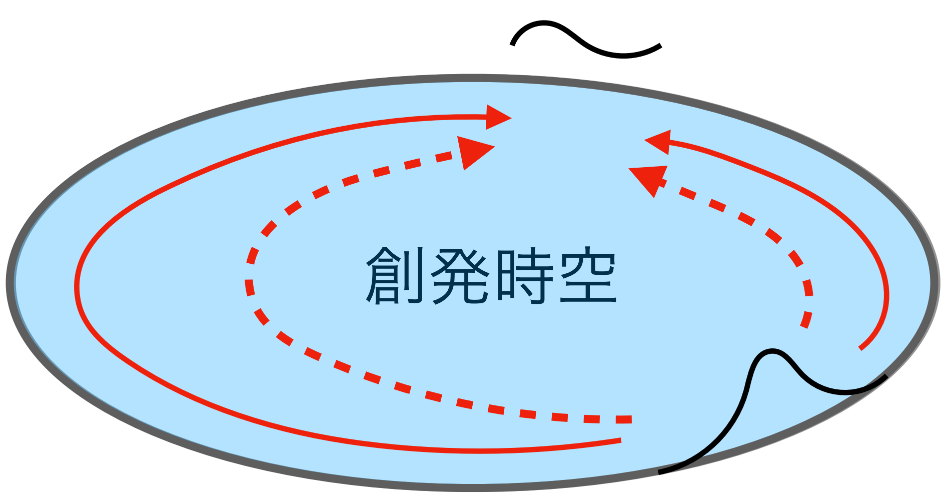
リング上に局所ソース、応答をイメージング



これをイメージング(後述)

ソースはリング上を伝播する

SEMなら…

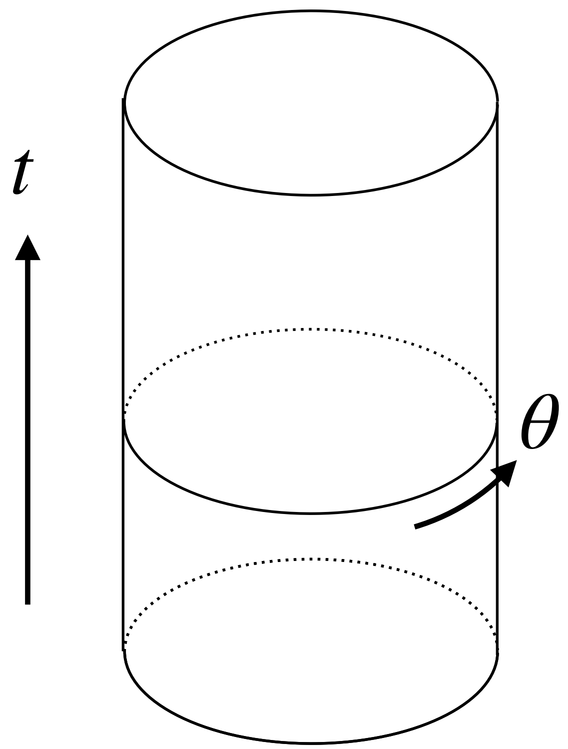


内部の曲がった時空上の古典理論で計算可

ソースがあたかも創発時空上を伝播

non-SEMモデル：リング上のスカラー場

$$S = \int d^2x \left(-\frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - \frac{m^2}{2}\phi^2 + J\phi \right)$$



$\mathbb{R}\times\mathbb{S}^1$上にスカラー場を定義

$$\theta \sim \theta + a$$

EOM

$$(\partial^2 - m^2)\phi = J$$

$$J \propto e^{-i\omega t} \sum_n \exp\left(-\frac{(\theta - na)^2}{2\sigma^2 a^2} \right)$$

振動数はω

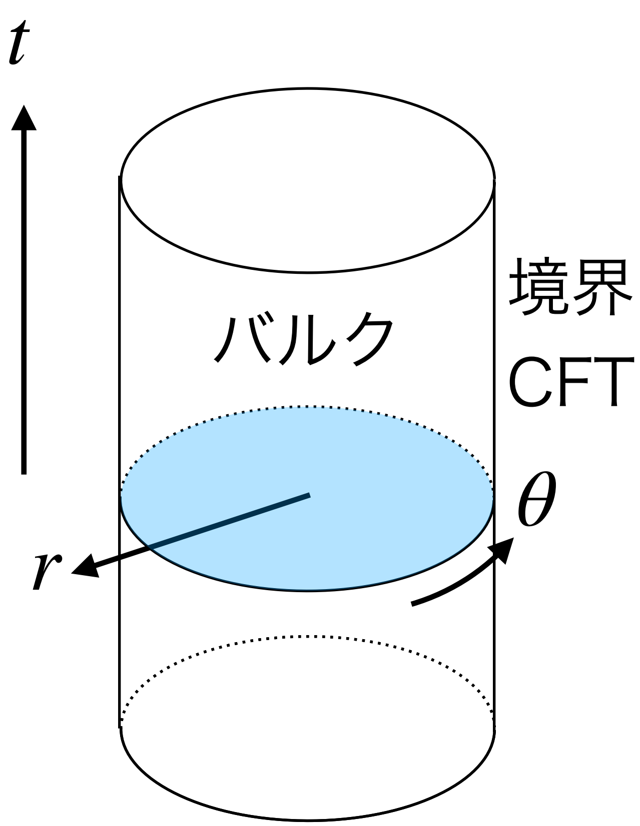
$\theta \sim 0$ に局在

SEMモデル：Einstein-Hilbert + 自由スカラー

$$S = \frac{1}{16\pi G}\int d^3x\sqrt{-g}\,(R-2\Lambda) + \int d^3x\sqrt{-g}\left(-\frac{1}{2}\partial_M\Phi\partial^M\Phi\right)$$

(無質量)

CFT = $\boxed{\text{バルクの理論}}$ ＋ AdS/CFTの辞書



円筒内部にスカラー場を定義

$$\theta \sim \theta + a$$

Φ を g_{MN} を固定して解く：

$$\frac{1}{\sqrt{-g}}\partial_M(\sqrt{-g}\,g^{MN}\partial_N\Phi(x)) = 0$$

AdS/CFTの辞書

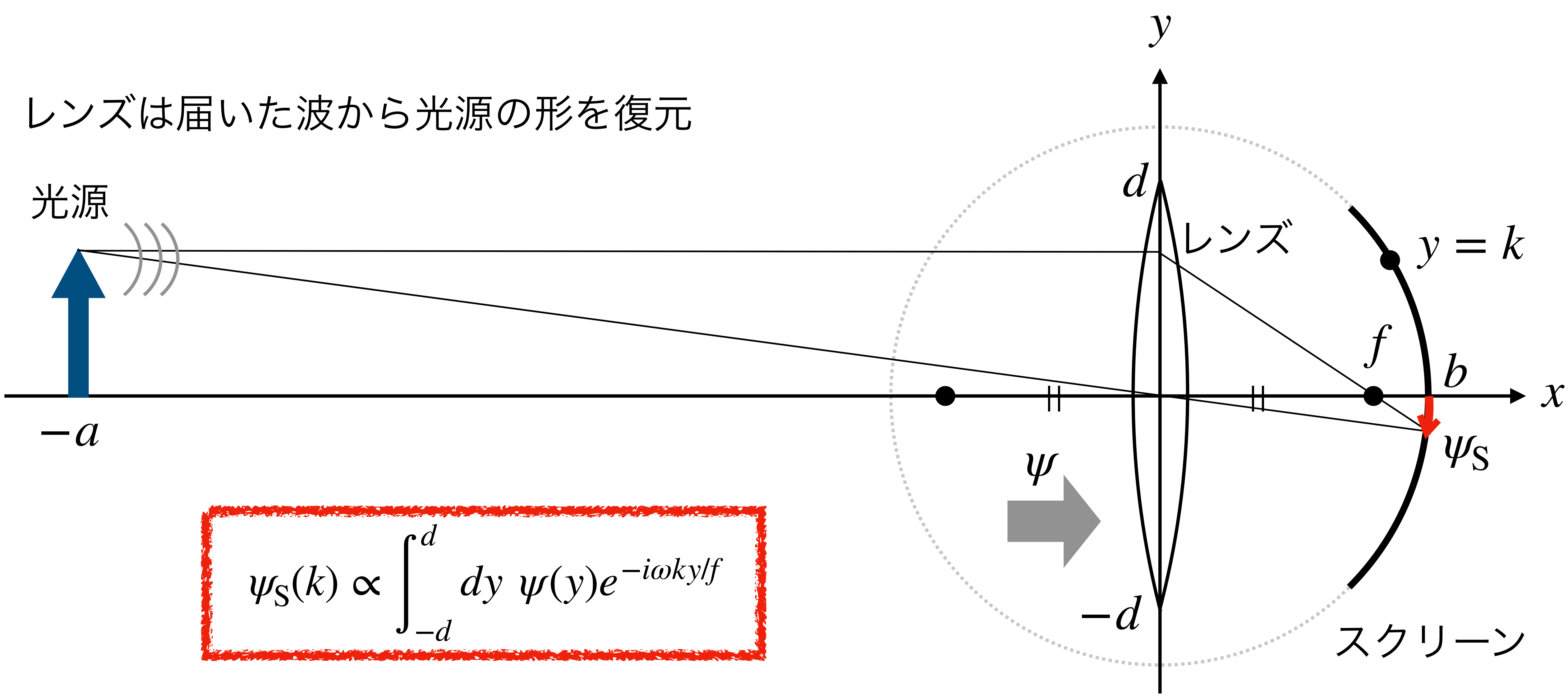
応答

$$\Phi(x) \sim \underline{J(t,\theta)} + \frac{O(t,\theta)}{r^2} \qquad (r\to\infty)$$

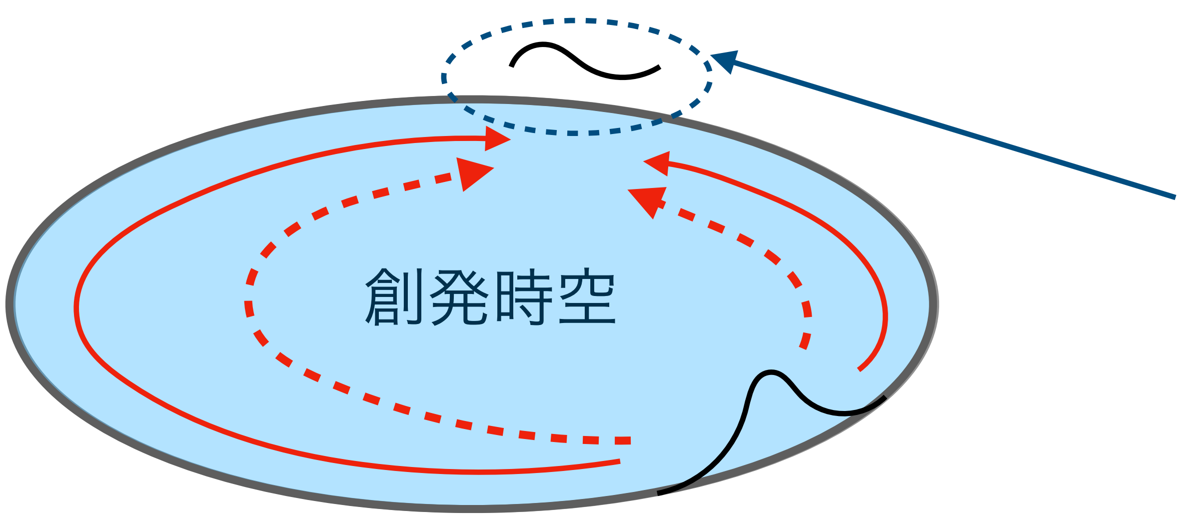
前と同じソース

光学イメージングでバルクを覗く

レンズは届いた波から光源の形を復元



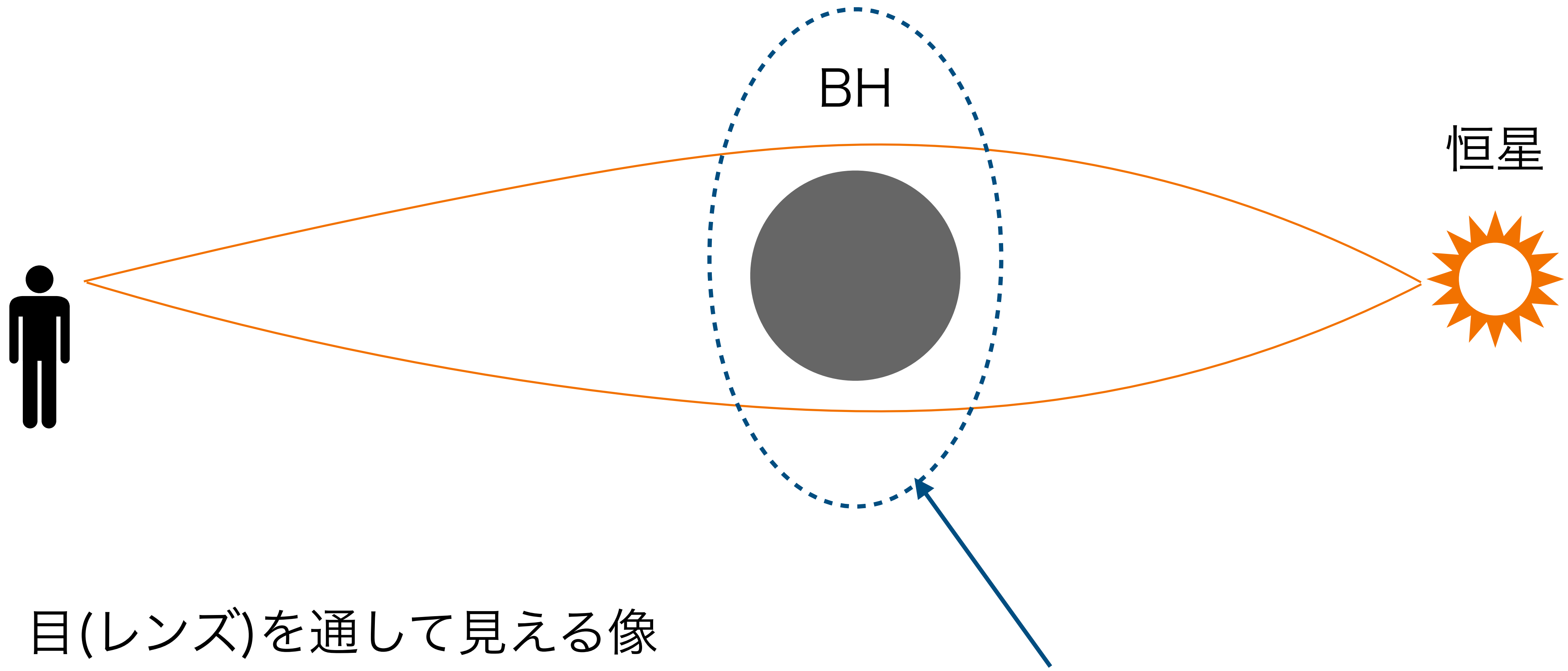
$$\psi_S(k) \propto \int_{-d}^{d} dy\ \psi(y) e^{-i\omega k y/f}$$



これをイメージング

→ 仮想時空をどう通ってきたか反映

例：Einsteinリング



目(レンズ)を通して見える像

重力レンズで見かけの光源を作る

目は見かけの光源の形を復元

レンズで曲がった時空の情報を読む

AdS BH：Hashimoto, Kinoshita, Murata (2018)

光学イメージングで、物性の中からSEMを判別

1. セットアップ
   リング上のQFTに局所ソース、応答をイメージング

2. non-SEMモデルの応答
   リング上のスカラー場で、金属/絶縁転移

3. SEMモデルの応答
   バルクの自由スカラー場で、AdSソリトン/BTZ転移

4. イメージングの実行
   AdSソリトンでは対蹠点が輝く！

EOMから強制振動を抽出

$\theta \sim 0$ に局在

振動数はω

EOM

$$(\partial^2 - m^2)\phi = J$$

$$J \propto \underline{e^{-i\omega t}} \underline{\sum_n \exp\left(-\frac{(\theta - na)^2}{2\sigma^2 a^2}\right)}$$

強制振動項の取り出し

$$\phi = e^{-i\omega t}\tilde{\phi}(\theta)$$

$$\left[\partial_\theta^2 - (m^2 - \omega^2)\right]\tilde{\phi} = C\sum_n \exp\left(-\frac{(\theta - na)^2}{2\sigma^2 a^2}\right)$$

Green関数：金属/絶縁転移

$$\boxed{\phi = e^{-i\omega t}\tilde{\phi}(\theta)}$$

$$\left[\partial_\theta^2 - (m^2 - \omega^2)\right]\tilde{\phi} = C\sum_n \exp\left(-\frac{(\theta - na)^2}{2\sigma^2 a^2}\right)$$

$$\Downarrow$$

Green関数

$$\left[\partial_\theta^2 - (m^2 - \omega^2)\right]G(\theta - \theta') = \sum_n \delta(\theta - \theta' - na)$$

$$G(\theta - \theta') = \frac{1}{a}\sum_n \frac{e^{ik_n(\theta - \theta')}}{k_n^2 + (m^2 - \omega^2)} \qquad \left(k_n = \frac{2\pi n}{a}\right)$$

m と ω の兼ね合い

non-SEMの応答関数

Green関数を使って

$$\tilde{\phi}(\theta) = \int d\theta' G(\theta - \theta') \left[C \sum_n \exp\left(-\frac{(\theta' - na)^2}{2\sigma^2 a^2} \right) \right]$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\phi(t,\theta) = \frac{1}{2} \sum_n \frac{e^{-2\pi^2\sigma^2 n^2}}{k_n^2 + m^2 - \omega^2} e^{-i\omega t + ik_n\theta}}$$

光学イメージングで、物性の中からSEMを判別

1. セットアップ
   リング上のQFTに局所ソース、応答をイメージング

2. non-SEMモデルの応答
   リング上のスカラー場で、金属/絶縁転移

3. SEMモデルの応答
   バルクの自由スカラー場で、AdSソリトン/BTZ転移

4. イメージングの実行
   AdSソリトンでは対蹠点が輝く！

AdSソリトン/BTZ 転移

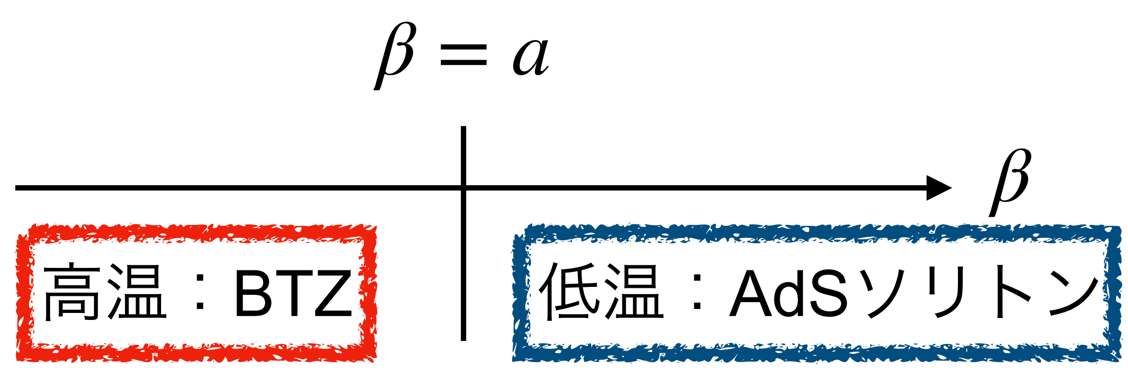
CFT₂ の対称性：$\mathrm{SO}(2,2)$ $\longrightarrow$ トーラス上のCFT₂：$\mathrm{SO}(2,2)/\Gamma_a \times \Gamma_\beta$

$\Gamma_a : \theta \sim \theta + a$
$\Gamma_\beta : \tau \sim \tau + \beta$

最大対称 $\mathrm{SO}(2,2)$ を離散並進で割る

Poinceré AdS$_3$,　AdS$_3$ソリトン,　BTZ

自由エネルギーの比較



特異性の排除

$$r_h = \frac{2\pi L^2}{\beta}$$

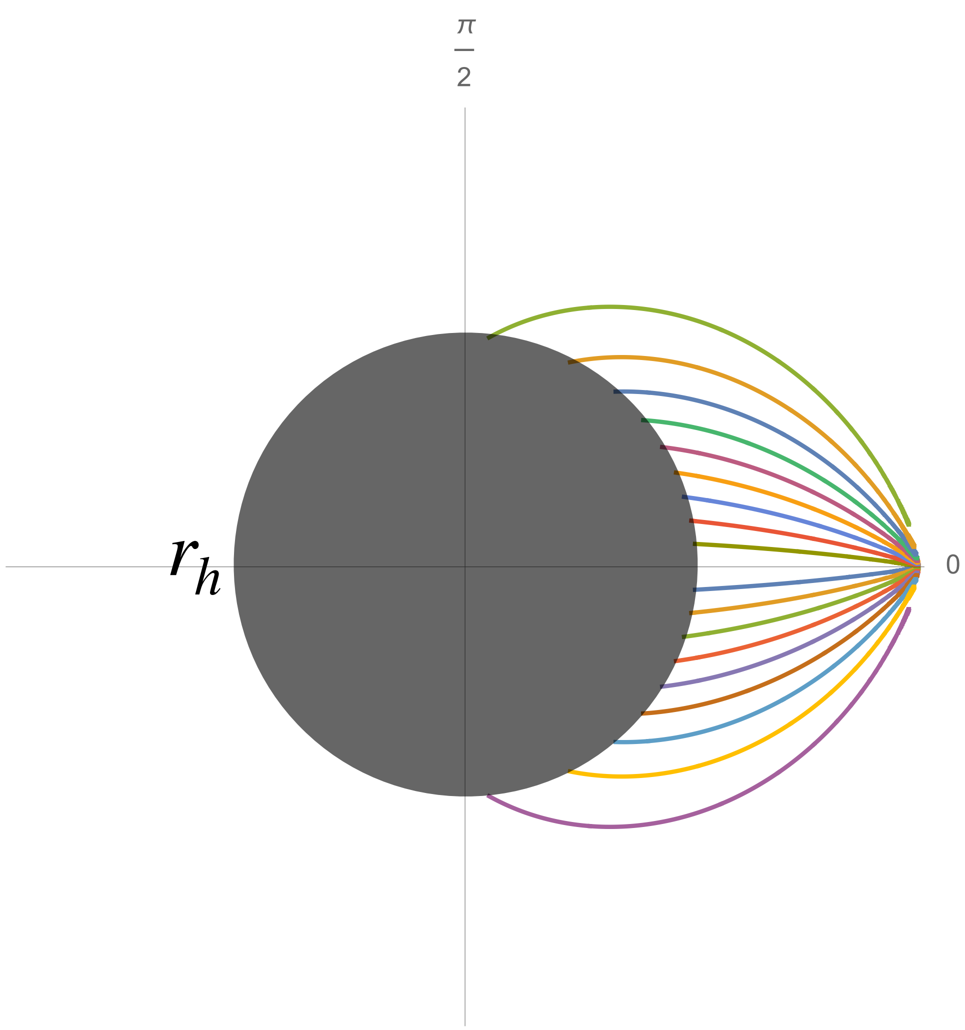
$$r_s = \frac{2\pi L^2}{a}$$

BTZ：$ds^2 = -\frac{r^2 - r_h^2}{L^2}dt^2 + \frac{L^2}{r^2 - r_h^2}dr^2 + r^2 d\theta^2$

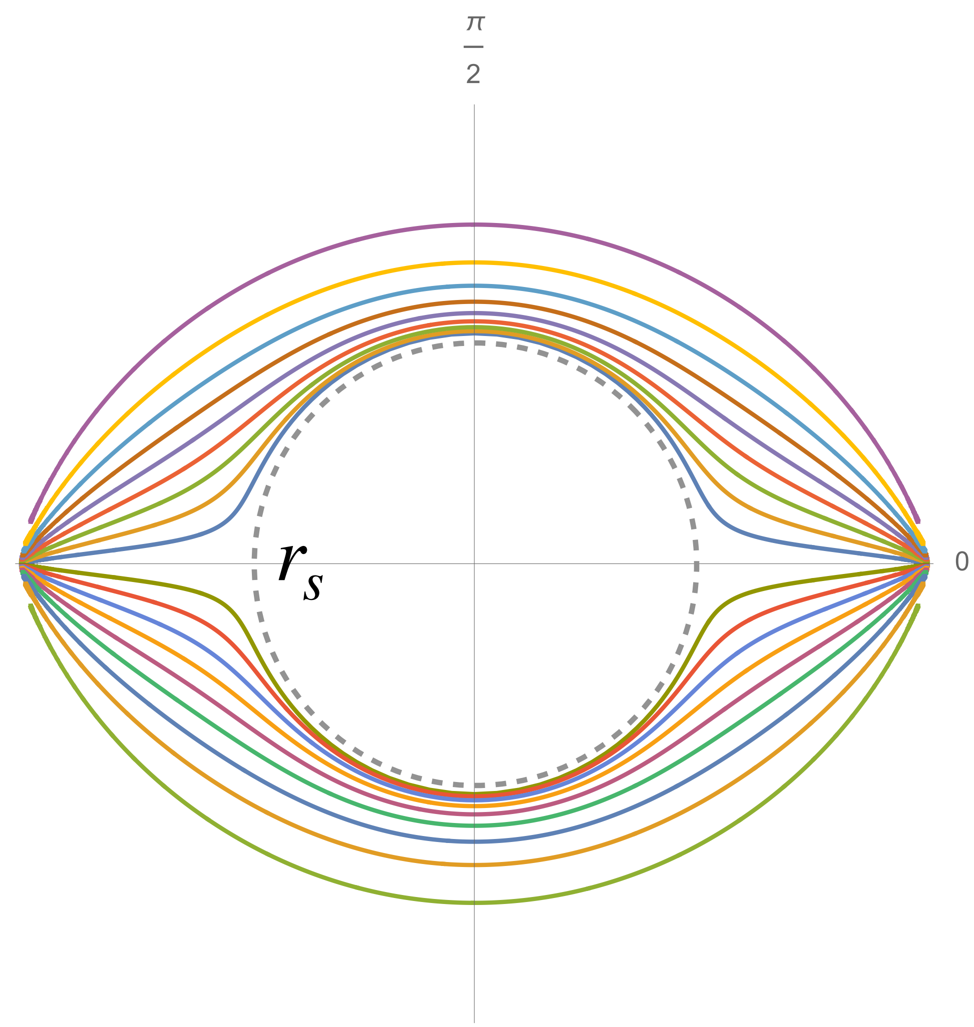
AdSソリトン：$ds^2 = -r^2dt^2 + \frac{L^2}{r^2 - r_s^2}dr^2 + \frac{r^2 - r_s^2}{L^2}d\theta^2$

予想：AdSソリトンでは対蹠点が輝く

BTZ



AdSソリトン



ヌル測地線は境界に帰ってこない

ヌル測地線が必ず対蹠点に届く

ソースをEOMに入力、応答を出力

AdS/CFTの辞書

ソース入力

$$\Phi(x) \sim J(t,\theta) \qquad (r \to \infty)$$

EOM

$$\frac{1}{\sqrt{-g}}\partial_M(\sqrt{-g}\,g^{MN}\partial_N\Phi(x)) = 0$$

g_{MN} ：BTZ or AdSソリトン

応答の出力

$$\Phi(x) \sim J(t,\theta) + \frac{O(t,\theta)}{r^2} \qquad (r \to \infty)$$

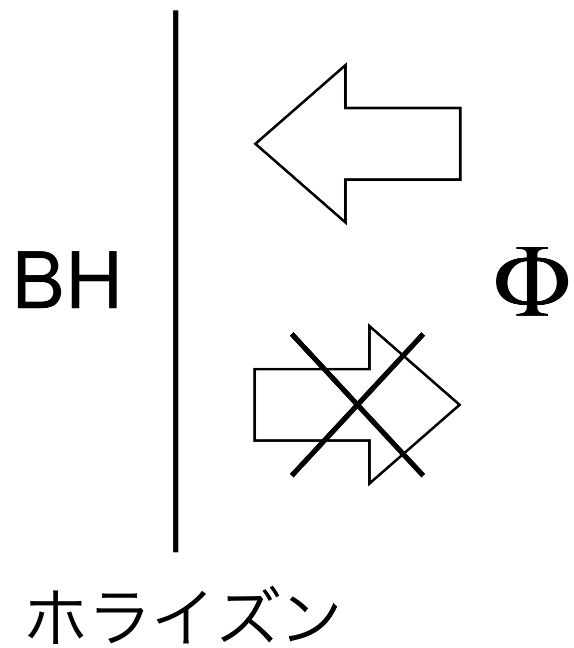
強制振動を取り出す $\to \Phi(x) = e^{-i\omega t}\sum_n e^{ik_n\theta} f_n(r) \qquad k_n = \frac{2\pi n}{a}$

$$\to O(t,\theta) = e^{-i\omega t}\tilde{O}(\theta)$$

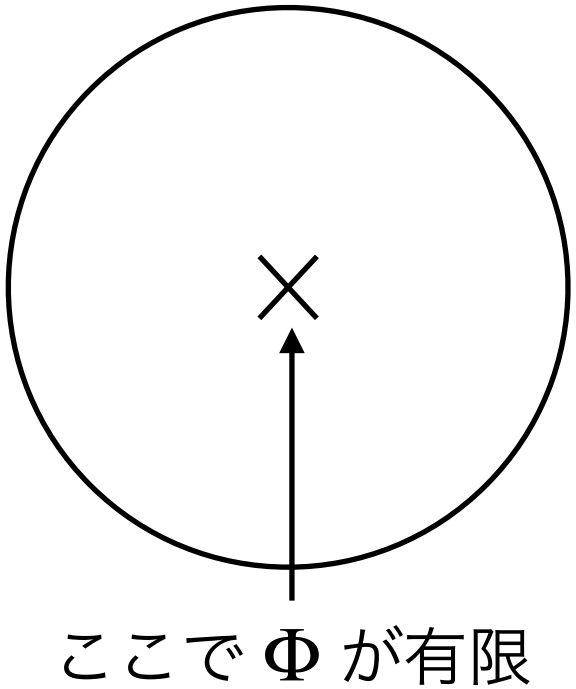
バルク内部の境界条件も必要

EOMを解くのには境界条件が不足

BTZ



AdSソリトン



$$\Phi(x) \sim J(t,\theta) \qquad (r \to \infty)$$

$$\frac{1}{\sqrt{-g}}\partial_M(\sqrt{-g}\,g^{MN}\partial_N\Phi(x)) = 0$$ ＋バルク境界条件

$$\Phi(x) \sim J(t,\theta) + \frac{O(t,\theta)}{r^2} \qquad (r \to \infty)$$

SEMの応答関数

$$H_p = \gamma + \psi(p+1)$$

高温相 $a > \beta$

$$O_{\mathrm{BTZ}}(t,\theta) = \frac{r_h^2}{2}\sum_n e^{-i\omega t + ik_n\theta - 2\pi^2\sigma^2 n^2}\left[1 + \frac{i\omega L^2}{2r_h} + \alpha_n\beta_n(H_{\alpha_n} + H_{\beta_n})\right]$$

$$\alpha_n := -i\left(\frac{\omega L^2}{2r_h} + \frac{n\pi L^2}{ar_h}\right), \quad \beta_n := -i\left(\frac{\omega L^2}{2r_h} - \frac{n\pi L^2}{ar_h}\right), \quad \gamma_n := 1 + \alpha_n + \beta_n\,.$$

低温相 $a > \beta$

$$O_{\mathrm{sol}}(t,\theta) = \frac{r_s^2}{2}\sum_n e^{-i\omega t + ik_n\theta - 2\pi^2\sigma^2 n^2}\left[1 - \frac{\pi|n|L^2}{2ar_s} + \alpha_n\beta_n(H_{\alpha_n} + H_{\beta_n})\right]$$

$$\alpha_n := \frac{\pi|n|L^2}{ar_s} - \frac{\omega L^2}{2r_s}, \qquad \beta_n := \frac{\pi|n|L^2}{ar_s} + \frac{\omega L^2}{2r_s}, \qquad \gamma_n := 1 + \alpha_n + \beta_n$$

光学イメージングで、物性の中からSEMを判別

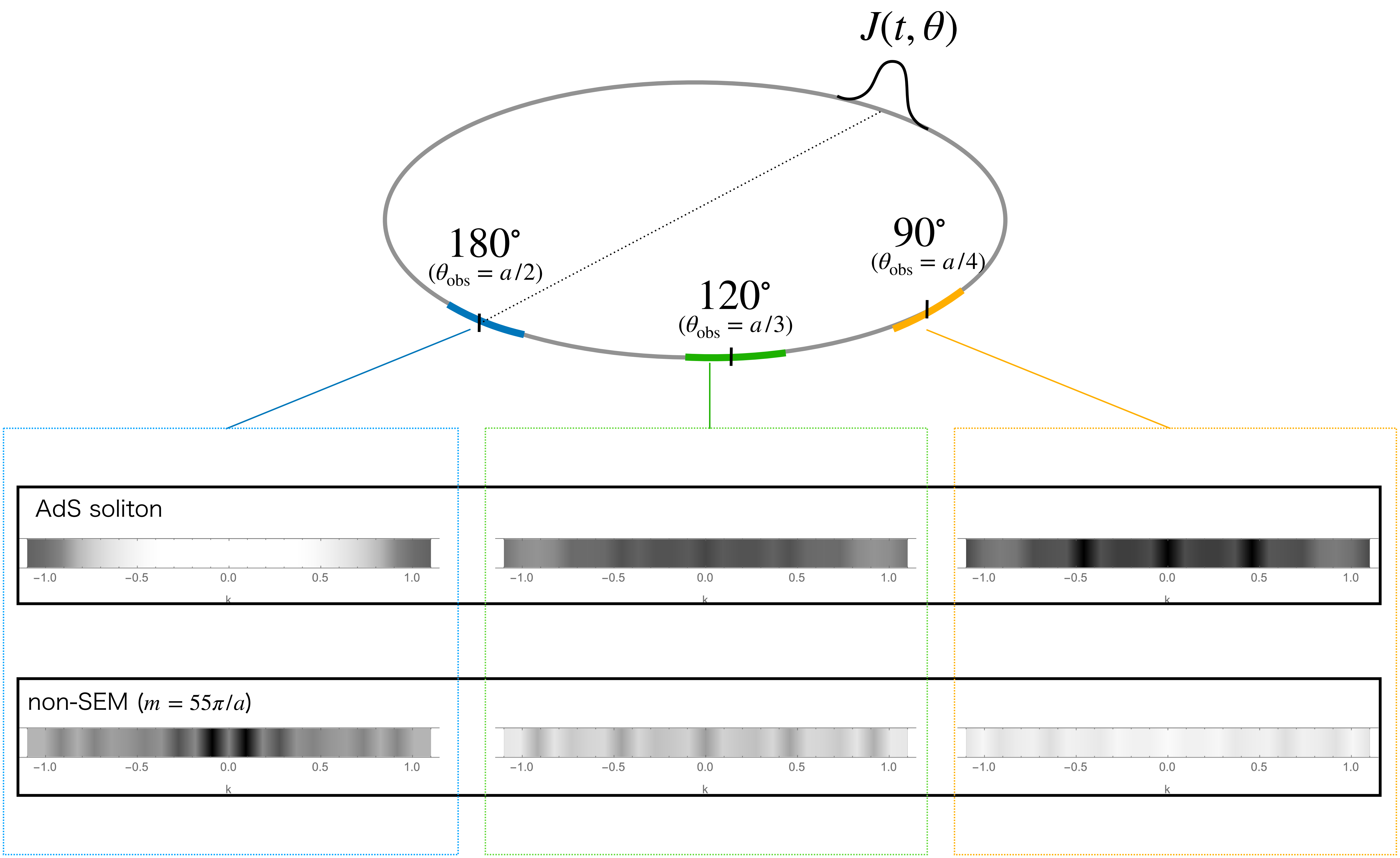
1. セットアップ
   リング上のQFTに局所ソース、応答をイメージング

2. non-SEMモデルの応答
   リング上のスカラー場で、金属/絶縁転移

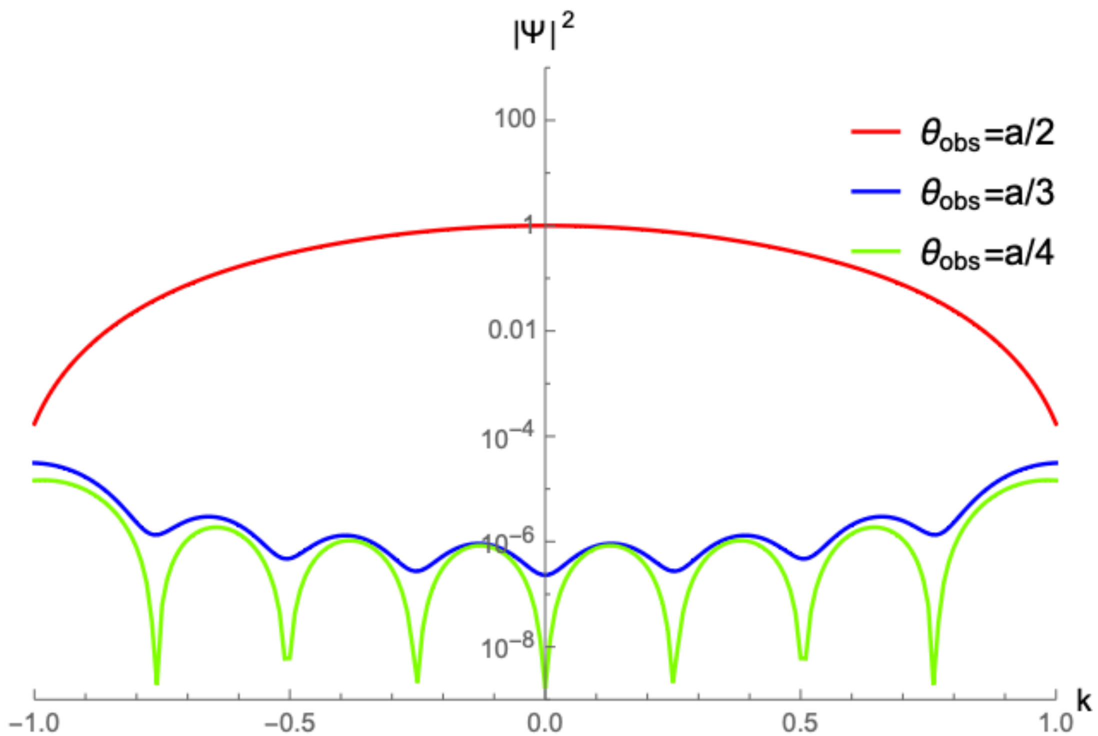
3. SEMモデルの応答
   バルクの自由スカラー場で、AdSソリトン/BTZ転移

4. イメージングの実行
   AdSソリトンでは対蹠点が輝く！

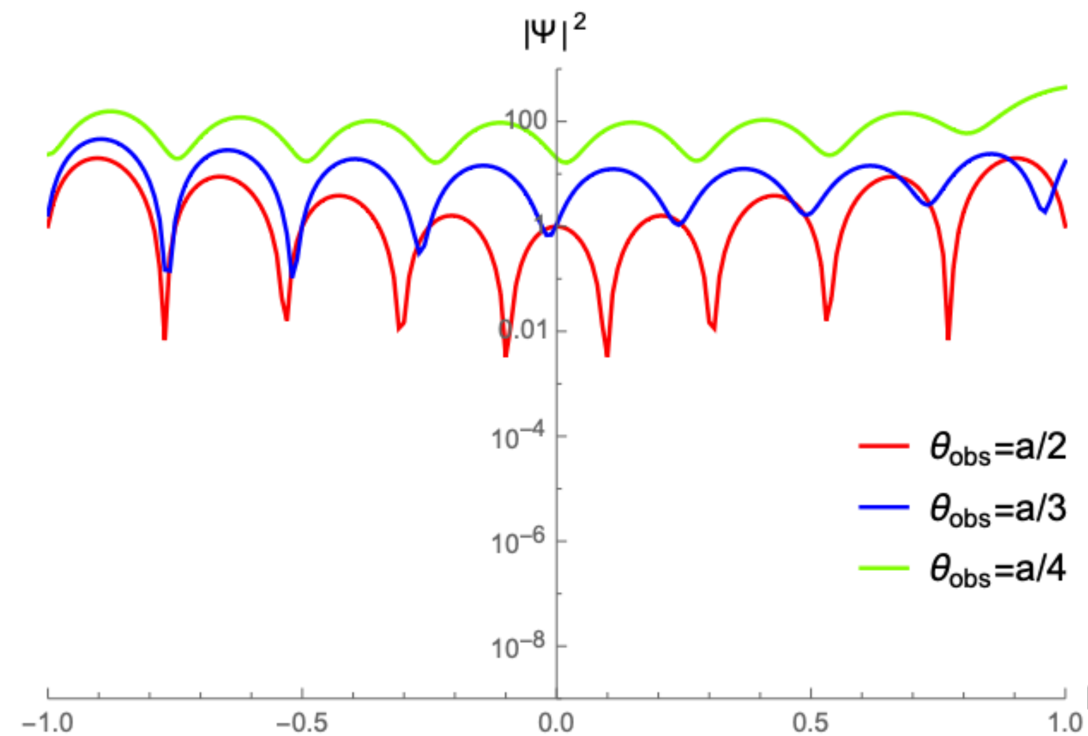
イメージング：AdSソリトンは対蹠点で輝く！



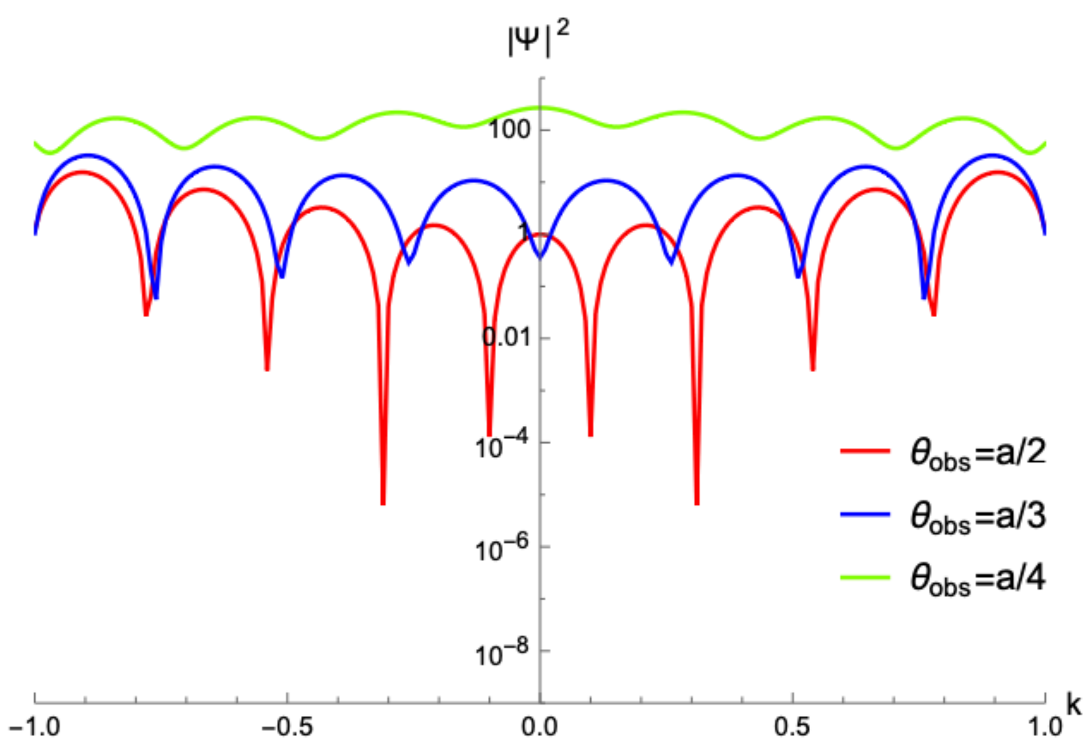
イメージング：AdSソリトンは対蹠点で輝く！



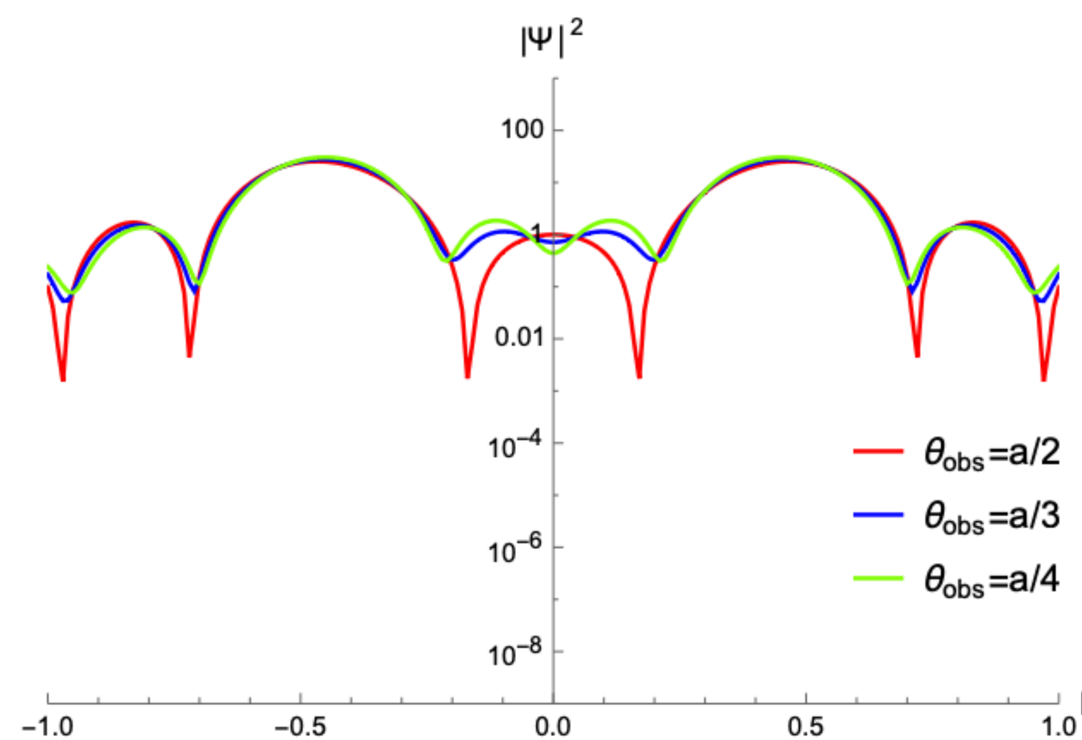
SEM (low T, AdS soliton)



SEM (high T, BTZ)



non-SEM (low T, $m = 55\pi/a > \omega$)



non-SEM (high T, $m = 45\pi/a < \omega$)

今回のSEMモデルの結果は堅い

スピンの変更、場の追加でも対蹠点が輝く

無質量であることは特殊ではない

場の相互作用は弱いはず

対称性から、背景時空は決まる

ノイズで輝きがぼやけても問題ない

共形対称性は $O(t,\theta)$ を決めない

J が小さいとき

$$\langle O(t,\theta)\rangle_J = \int dt' d\theta' \; J(t',\theta')\underline{\langle O(t',\theta')O(t,\theta)\rangle_{J=0}}$$

CFTの2点相関は対称性で決定？？

$$\frac{C}{|z-w|^{2\Delta}}$$

今はトーラス上のCFTなので決まらない

普通のCFT相関は温度依存

SEM相関は有限温度 = ゼロ温度

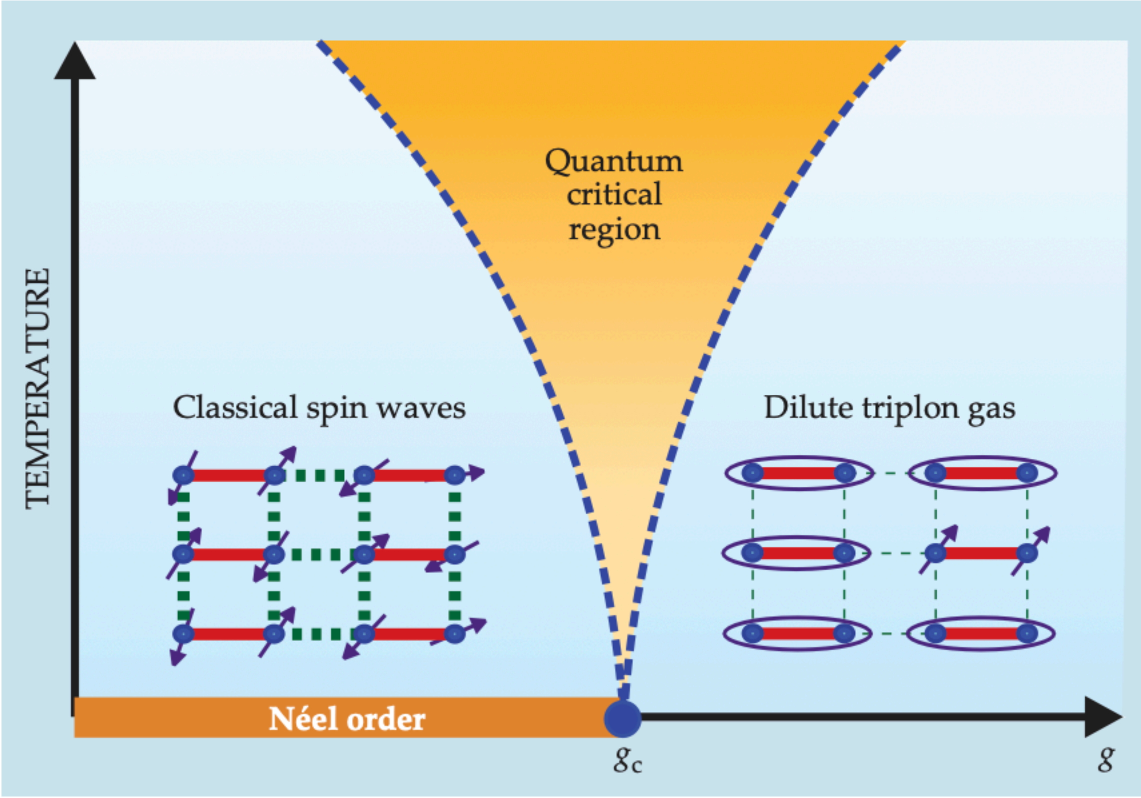
実験：$TlCuCl_3$のマグノン

実空間ではリング上を伝播

絶縁体

QCPに近づける

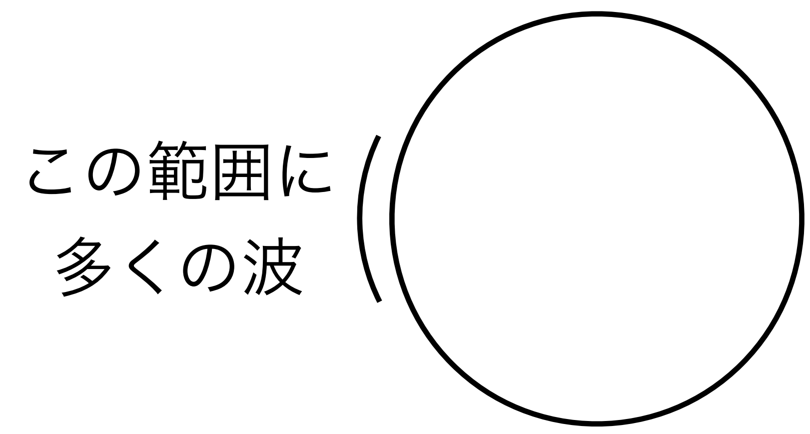
コヒーレント長が十分長い



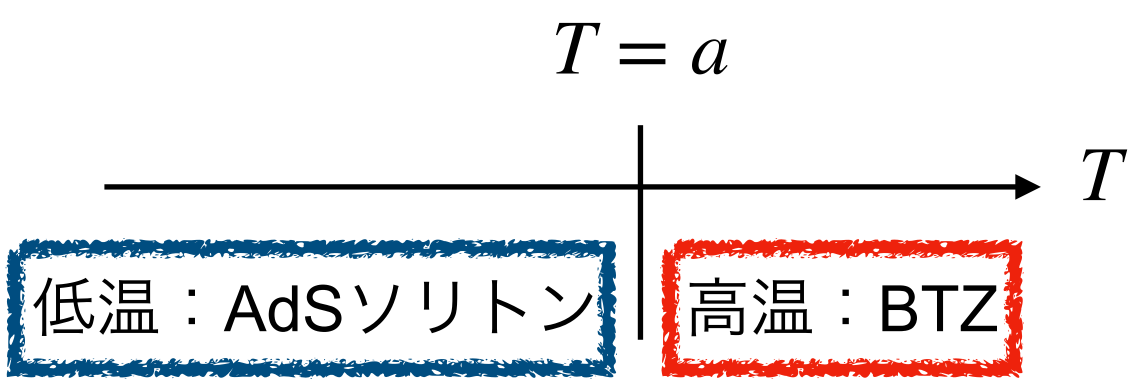
実験パラメータ、到達可能

解像度の条件：$\omega \gg \dfrac{2\pi v}{a}$

v：マグノンの速度　$\sim 2.0 \times 10^3$ m/s



AdSソリトン相に到達：$\dfrac{v\hbar}{a} > k_\mathrm{B}T$



連続近似が良い：$a \gg 1$ nm

$$T_c \sim 0.1\ \mathrm{K}, \quad a \sim 10\ \mathrm{nm}$$

光学イメージングで、物性の中からSEMを判別

低温相で対蹠点を見る

量子臨界領域で、マグノンを対象に

実験可能：$T_c \sim 0.1\ \mathrm{K}, \quad a \sim 10\ \mathrm{nm}$

実現に向かって

マグノンの速度が大きい物質

物性理論モデルの構築

高温超伝導のSEM　Kaku, Murata, Tsujimura (2021)

物性からバルク時空再構築