ホログラフィックな時空へのヌル測地線生成

竹田 大地（京都大　素粒子論　D2）

木下氏、村田氏との共同研究 arXiv:2304.01936 に基づく

2023/04/25
@ 立教大学

ホログラフィックな物質を見つけたい！

（量子）重力の実験をしたい

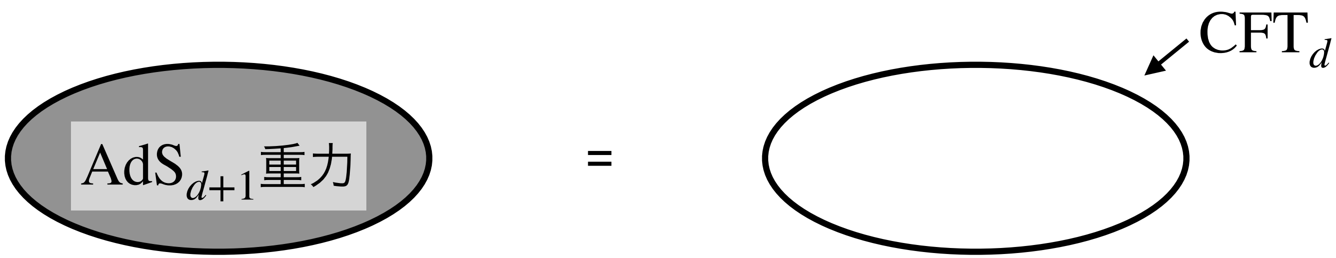
しかし、我々の宇宙を相手にできない

AdS/CMT！

そのような物質をどう探す？？

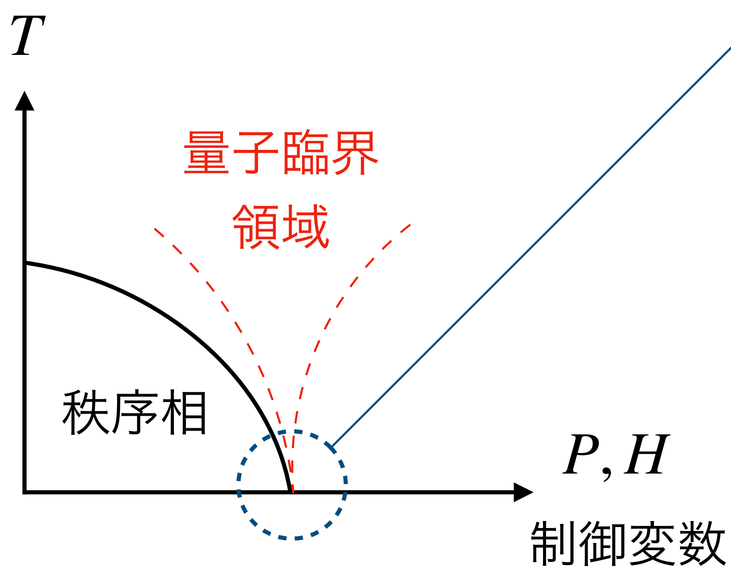
AdS/CMT：AdS重力 = 量子物性

AdS/CFT対応



最大対称 SO(2,d)　　　共形対称 SO(2,d)

古典重力　　　量子系



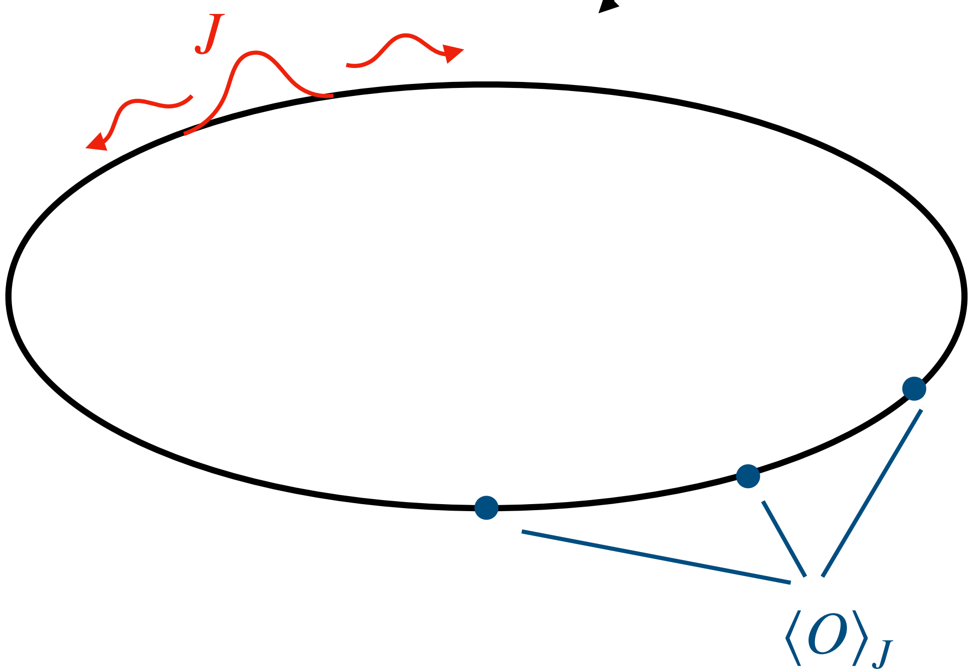
AdS重力と等価な物質！？

（AdS/CMT）

物質が重力双対を持つか調べたい

CFT on
$\mathbb{R} \times \mathbb{S}^{1,2}$

1）あるソースを加える



$$S = S_{\mathrm{CFT}} + \int \mathrm{d}^d x \, J O$$

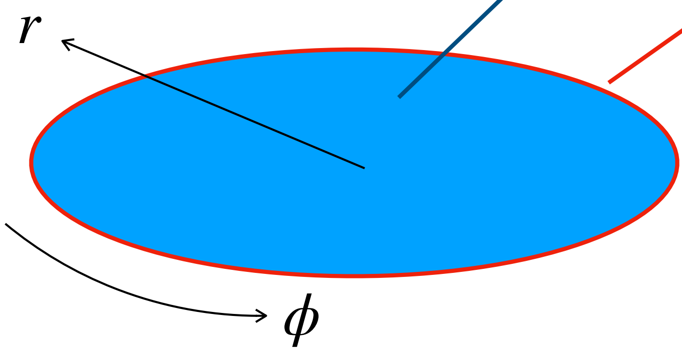
2）応答を図る

→　重力双対のシグナル！？

GKPW公式：J は重力側の場の境界条件

$$S = S_{\mathrm{CFT}} + \int \mathrm{d}^2x\, JO$$

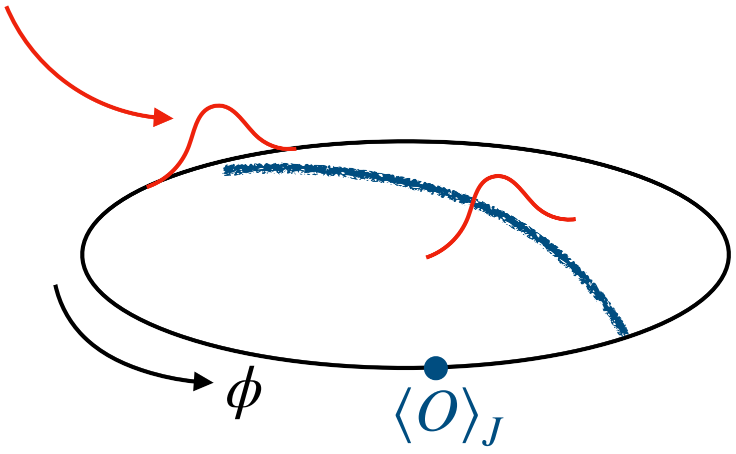
GKPW公式：$\underline{\Psi(r,t,\phi)} \sim \underline{J(t,\phi)}$ $(r \to \infty)$



J はバルクのある場 Ψ
の境界条件

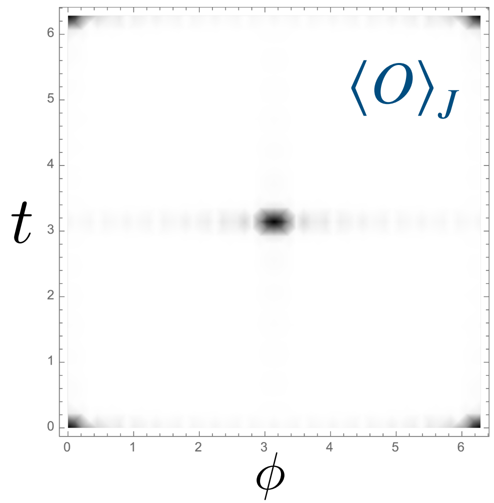
今回は Ψ の種類は特定せずとも成り立つ

$$J = \frac{1}{2\pi\sigma_t\sigma_\phi} \exp\left[-\frac{t^2}{2\sigma_t^2} - \frac{\phi^2}{2\sigma_\phi^2} - iEt + iM\phi\right]$$ を照射



$$S = S_{\mathrm{CFT}} + \int \mathrm{d}^d x\, JO$$

例）創発時空：AdS_3



特殊な見た目

BTZ, AdS_4, Sch-AdS_4 も同様

$\langle O \rangle_J$ の見た目だけで物質探索

1. Eikonal近似に基づき J を探す
2. 具体例でヌル測地線を確認
3. 応答は時空創発を反映

$\langle O \rangle_J$ の見た目だけで物質探索

1. Eikonal近似に基づき J を探す
2. 具体例でヌル測地線を確認
3. 応答は時空創発を反映

以降、なんらかの重力双対（任意）があると思って
重力双対に特有の特徴を考える

重力のダイナミクスは考えない（背景固定）

簡単のため、３次元重力（４次元でも同じ）

Eikonal近似：波 ↔ 粒子束

古典波：$\Psi = a(x)e^{iS(x)}$

例）Klein-Gordon方程式

$$0 = (\nabla^\mu \nabla_\mu - m^2)(ae^{iS})$$
$$= \nabla^\mu \left[e^{iS} \left(\nabla_\mu a + ia\partial_\mu S \right) \right] - m^2 ae^{iS}$$
$$= e^{iS} \left[-a(\partial_\mu S)^2 + \cancel{2i\partial^\mu S \nabla_\mu a + \nabla^\mu \nabla_\mu a + ia\nabla^\mu \partial_\mu S - am^2} \right]$$

Eikonal近似：$|\partial_\mu S|$ が大きい極限

一般に弱結合理論で、

Eikonal近似：$\partial_\mu S \partial^\mu S = 0$

Eikonal近似：波 ↔ 粒子束

$$\partial_\mu S \partial^\mu S = 0$$

$$\Big\downarrow \nabla^\nu$$

$$\partial_\mu S \nabla^\mu \partial_\nu S = 0$$

$$\Longleftrightarrow$$

$$u_\mu = \partial_\mu S$$

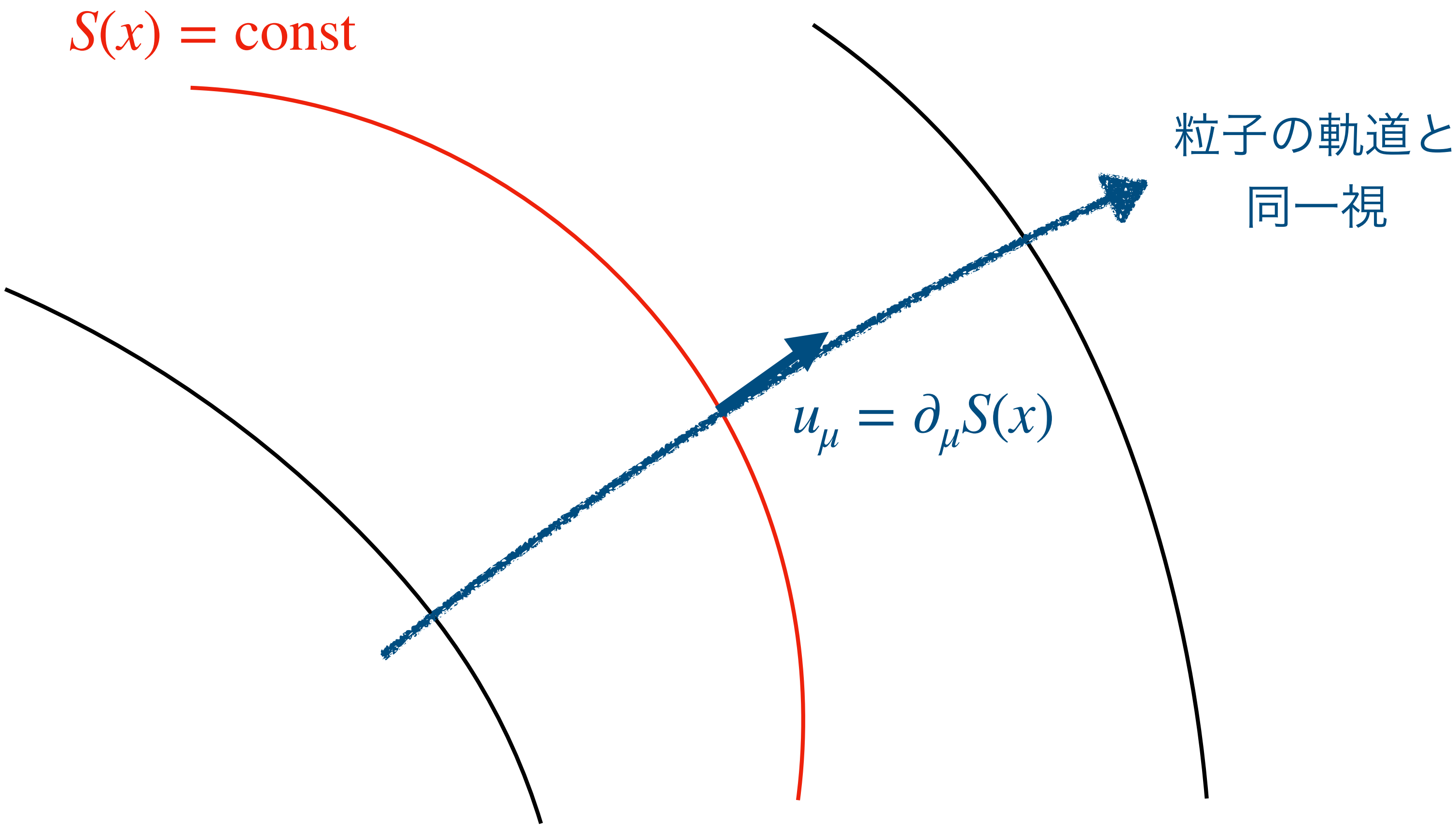
測地線方程式

$$u_\mu u^\mu = 0$$

$$\nabla_u u^\mu = 0$$

Eikonal近似：波 ↔ 粒子束

波：$\Psi = a(x)e^{iS(x)}$



位相 S に測地線の保存量

測地線　　$u_\mu u^\mu = 0$　　$\nabla_u u^\mu = 0$

静的球対称時空では

エネルギー：$E = -u_t$　　角運動量：$M = u_\phi$

$$\Updownarrow$$

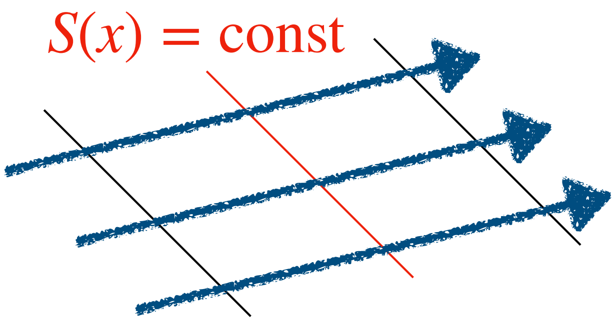
$E = -\partial_t S$　　$M = \partial_\phi S$

$$S = -Et + M\phi + (r - \mathrm{dependent})$$

測地線を動く波束

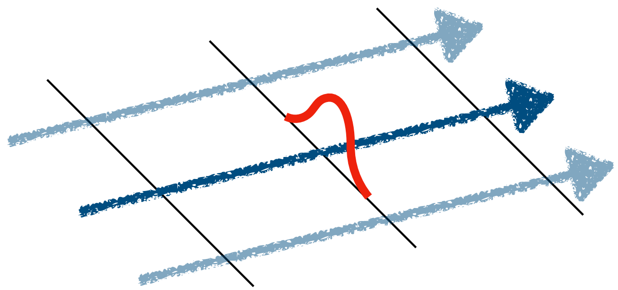
$$\Psi = a e^{iS} \qquad S = -Et + M\phi + (r - \text{dependent})$$

まだ初期位置の違いが不定



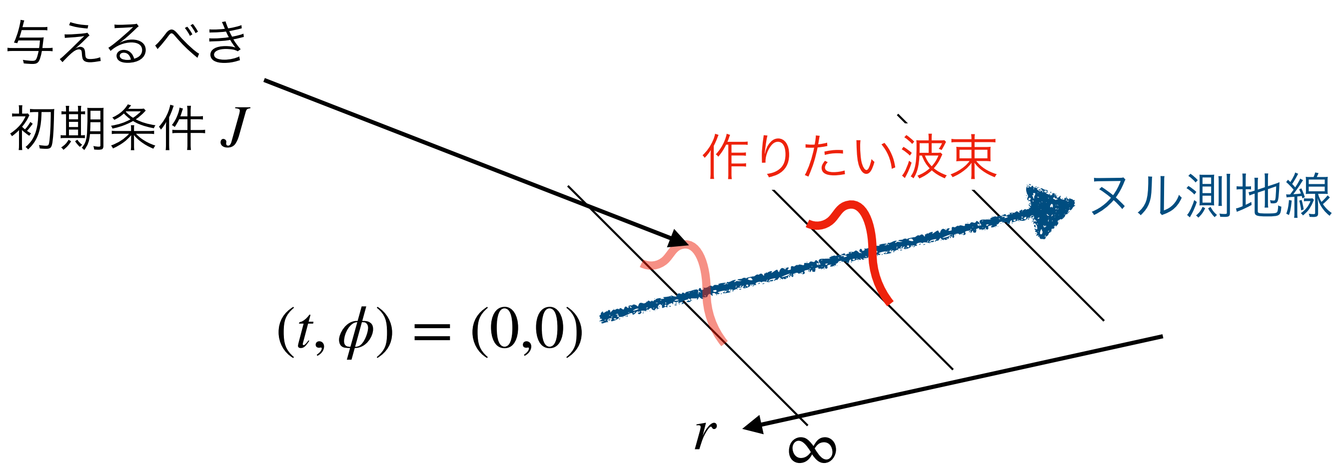
$$\left(\begin{array}{l} u_t = -E \\ u_\phi = M \end{array} \right. \quad \text{のヌル測地線束}$$

a をガウス型に



刺激 J は初期条件

GKPW公式：$\Psi \sim J \ (r \to \infty)$

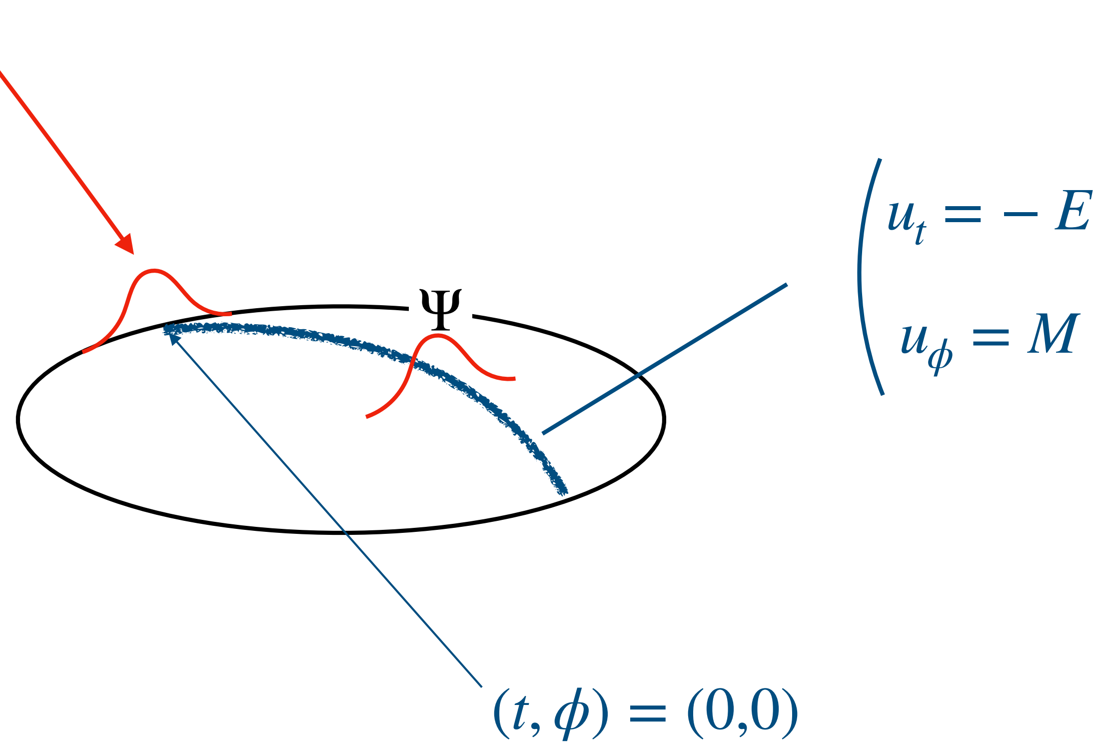


Eikonal近似が良いなら…

$$\Psi\big|_{r\to\infty} = \underbrace{\frac{1}{2\pi\sigma_t\sigma_\phi}\exp\left[-\frac{t^2}{2\sigma_t^2}-\frac{\phi^2}{2\sigma_\phi^2}\right.}_{a|_{r\to\infty}} \underbrace{\left. - iEt + iM\phi\right]}_{e^{iS}|_{r\to\infty}}$$

$$J = \frac{1}{2\pi\sigma_t\sigma_\phi}\exp\left[-\frac{t^2}{2\sigma_t^2}-\frac{\phi^2}{2\sigma_\phi^2}-iEt+iM\phi\right]$$

を照射すると…



$M, E \gg 1$ならこのヌル測地線が発射される

$\langle O \rangle_J$ の見た目だけで物質探索

1. Eikonal近似に基づき J を探す
2. 具体例でヌル測地線を確認
3. 応答は時空創発を反映

実際にシューティングする

質量・スピンに無関係なので、スカラーで確認

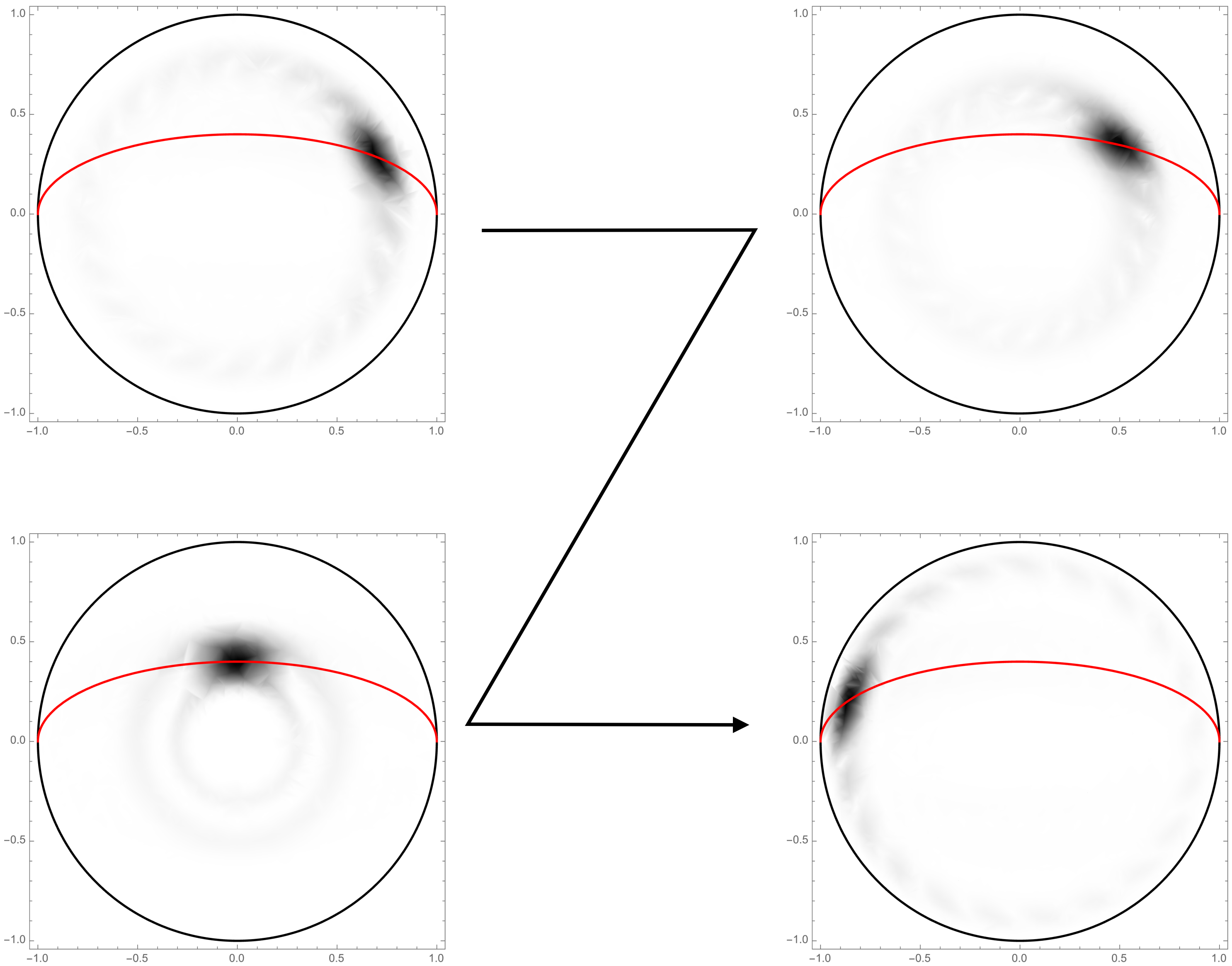
$$\frac{1}{\sqrt{-g}}\partial_\mu\left(\sqrt{-g}g^{\mu\nu}\partial_\nu\Psi\right)=0$$

境界条件：$J=\dfrac{1}{2\pi\sigma_t\sigma_\phi}\exp\left[-\dfrac{t^2}{2\sigma_t^2}-\dfrac{\phi^2}{2\sigma_\phi^2}-iEt+iM\phi\right]$

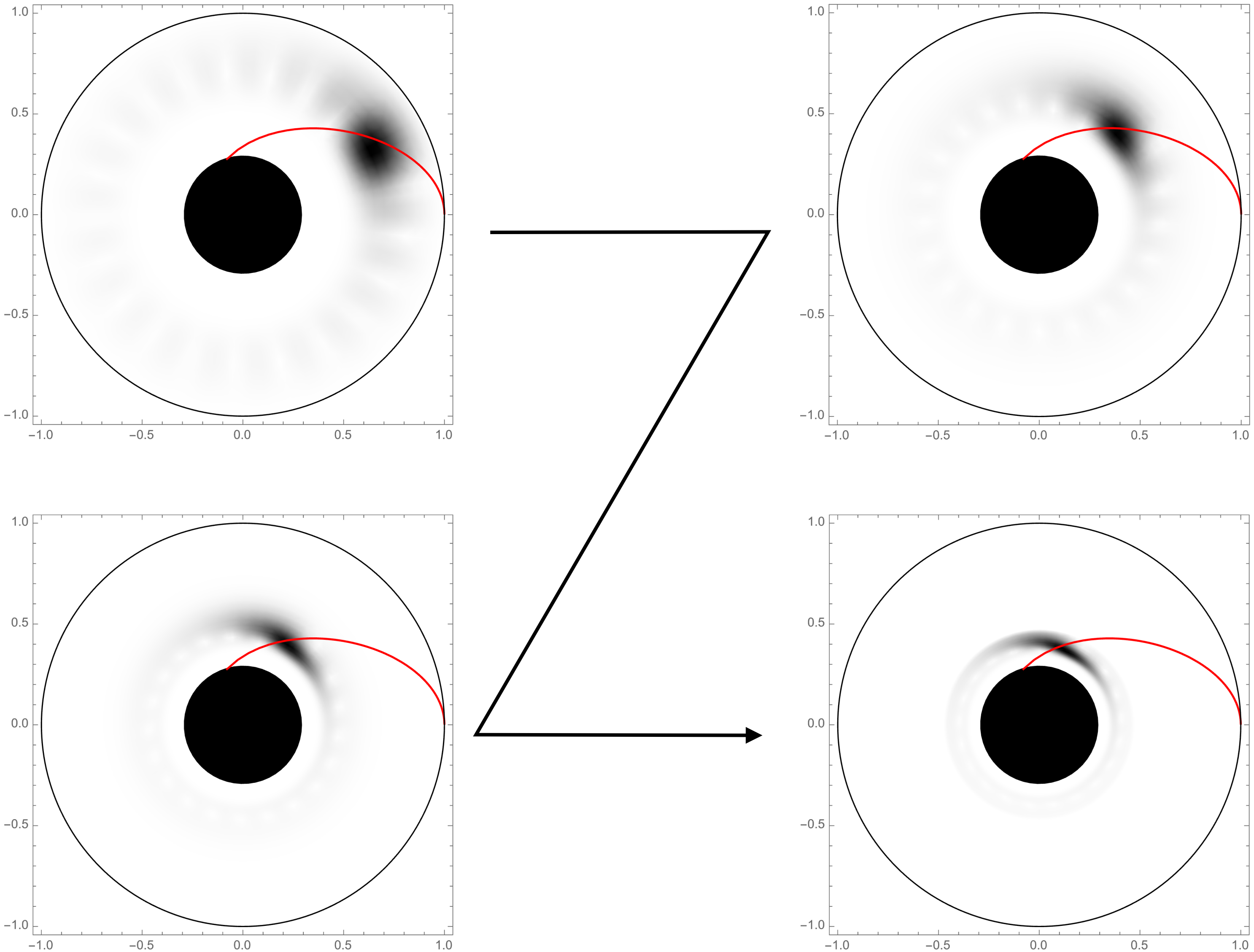
Eikonal近似を使わずに、数値で解く

$M,E\gg 1$にはとっておく

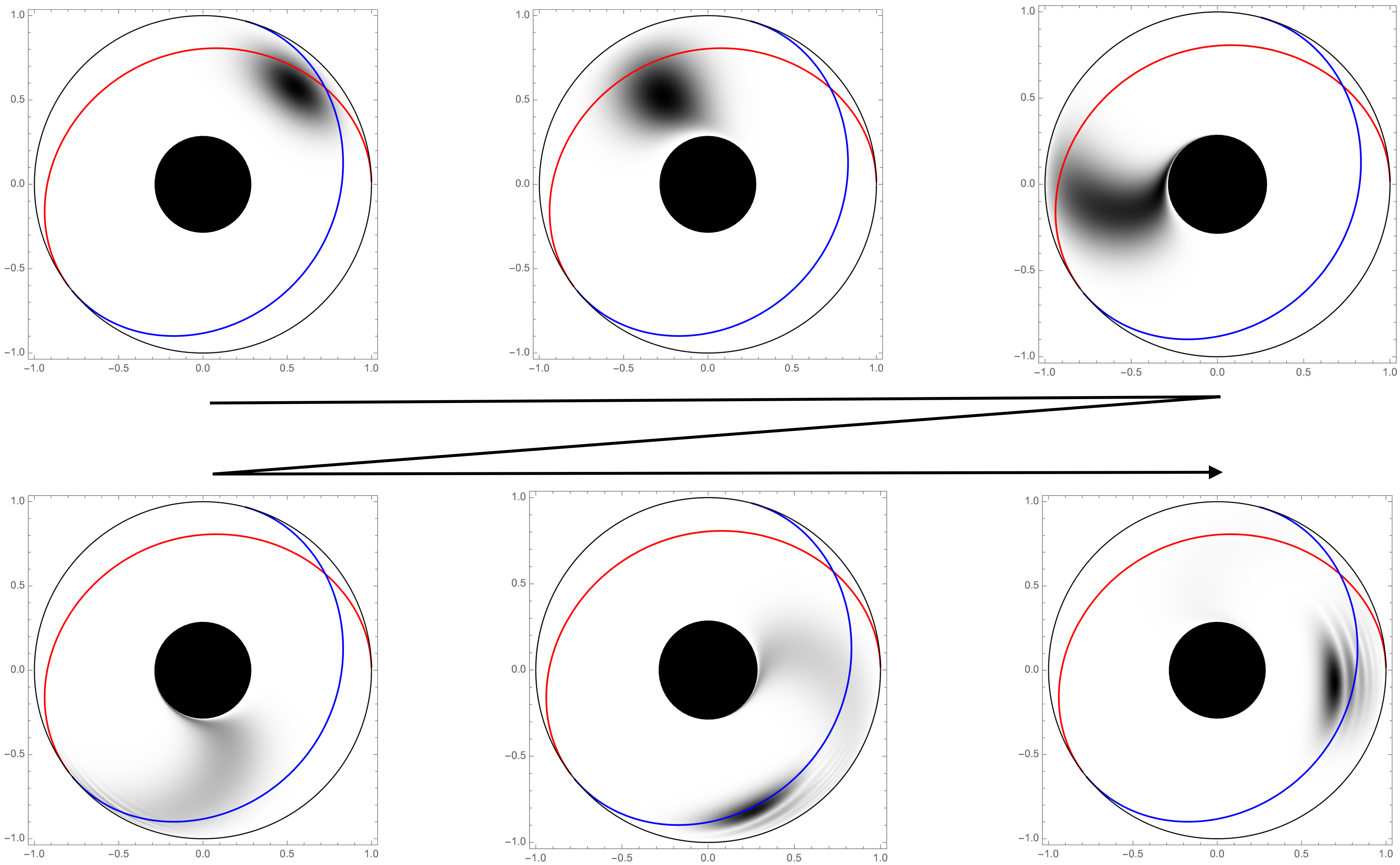
AdS$_3$



BTZ



Schwarzschild - AdS$_4$



うまくいっている

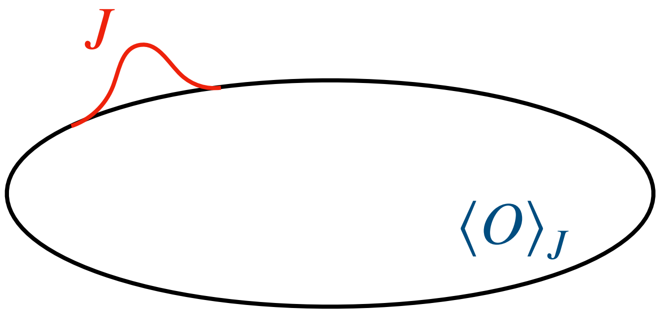
$E, M \gg 1$ ならいつでもOK

$\langle O \rangle_J$ の見た目だけで物質探索

1. Eikonal近似に基づき J を探す
2. 具体例でヌル測地線を確認
3. 応答は時空創発を反映

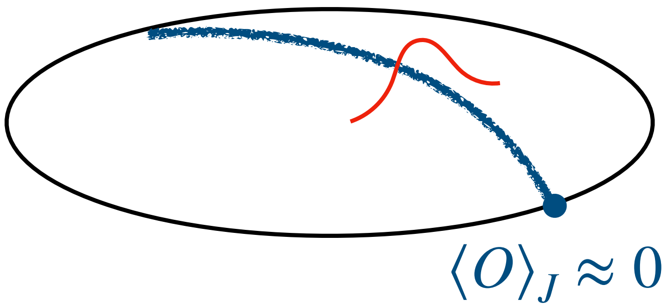
応答は特異に振る舞う

GKPW公式：$\Psi \sim J + \dfrac{\langle O \rangle_J}{r^2}$

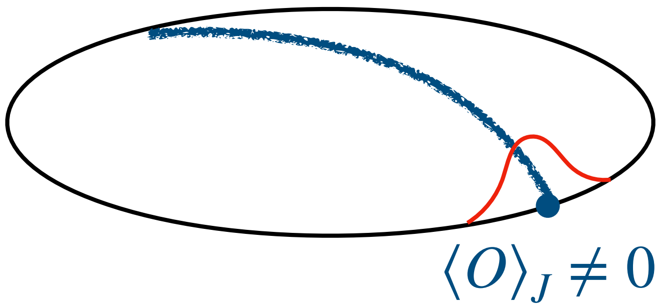


$$S = S_{\mathrm{CFT}} + \int \mathrm{d}^2 x \, J O$$

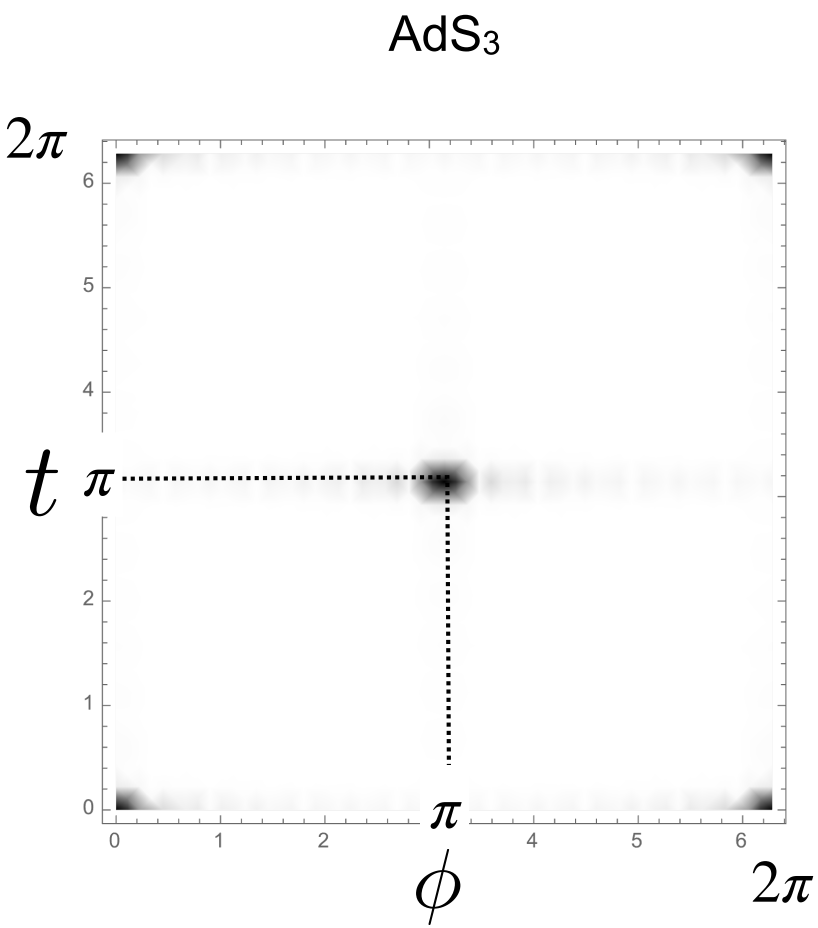
波束がバルクにいる間

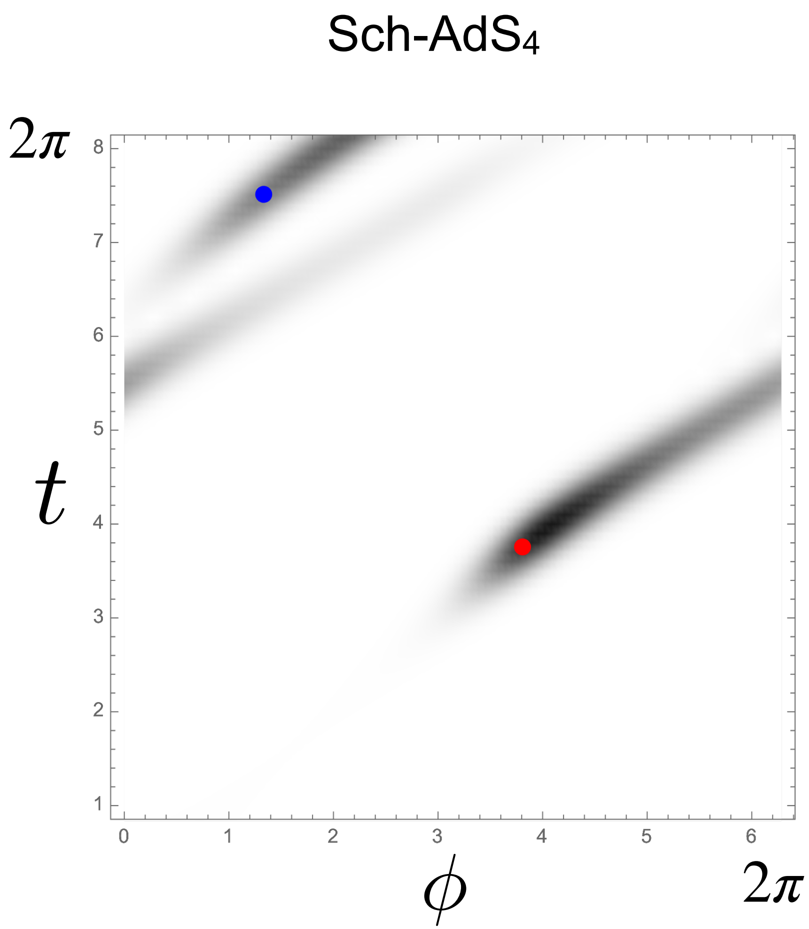


境界に帰還



AdS_3, Schwarzschild - AdS_4

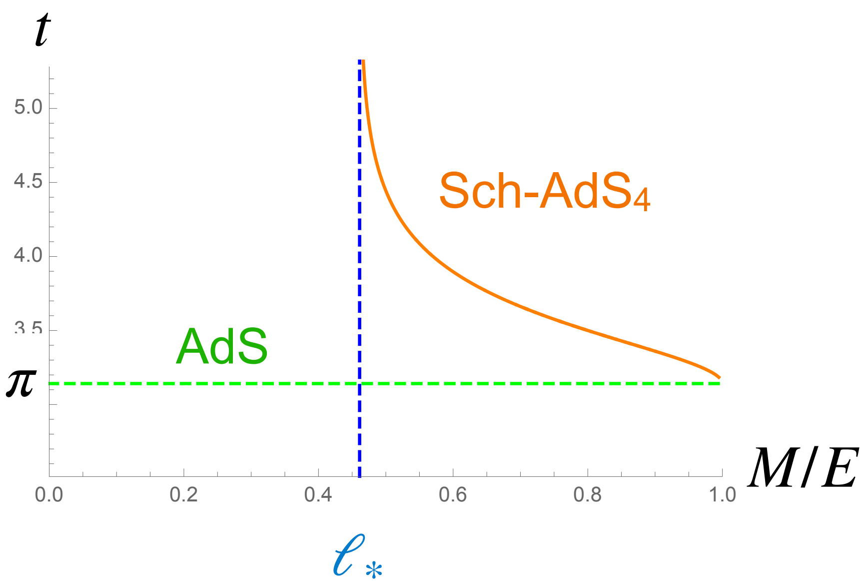


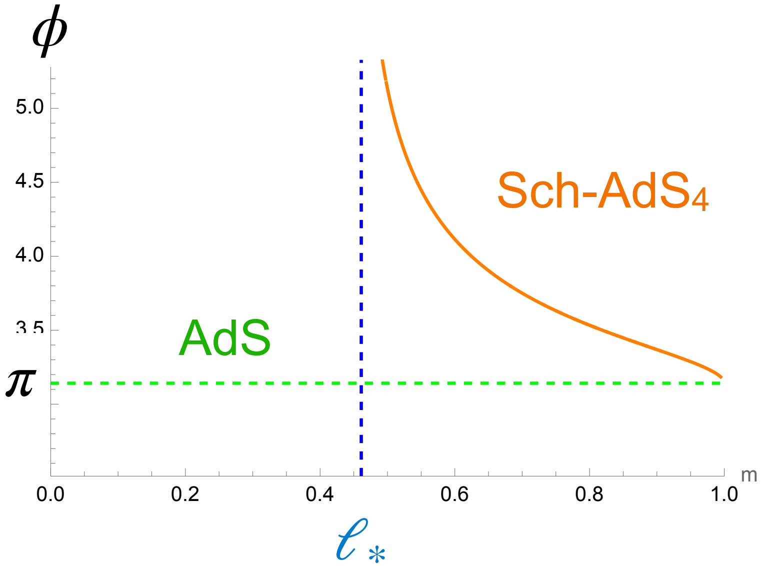


より詳しい振る舞い

うまくいっているので、測地線の計算で良い

$\langle O \rangle_J$ が立ち上がる (t, ϕ) の $l = M/E$ 依存性

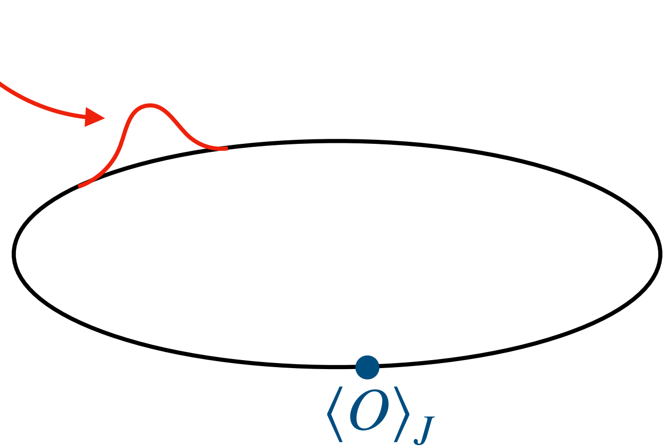




一般にBHがあると、$M/E \sim \ell_*$ で特異

$$J = \frac{1}{2\pi\sigma_t\sigma_\phi} \exp\left[-\frac{t^2}{2\sigma_t^2} - \frac{\phi^2}{2\sigma_\phi^2} - iEt + iM\phi\right]$$

を照射して
時空創発を判断



$$S = S_{\mathrm{CFT}} + \int \mathrm{d}^2x\, JO$$

$\langle O \rangle_J$：「測地線が飛ぶ」描像を反映している

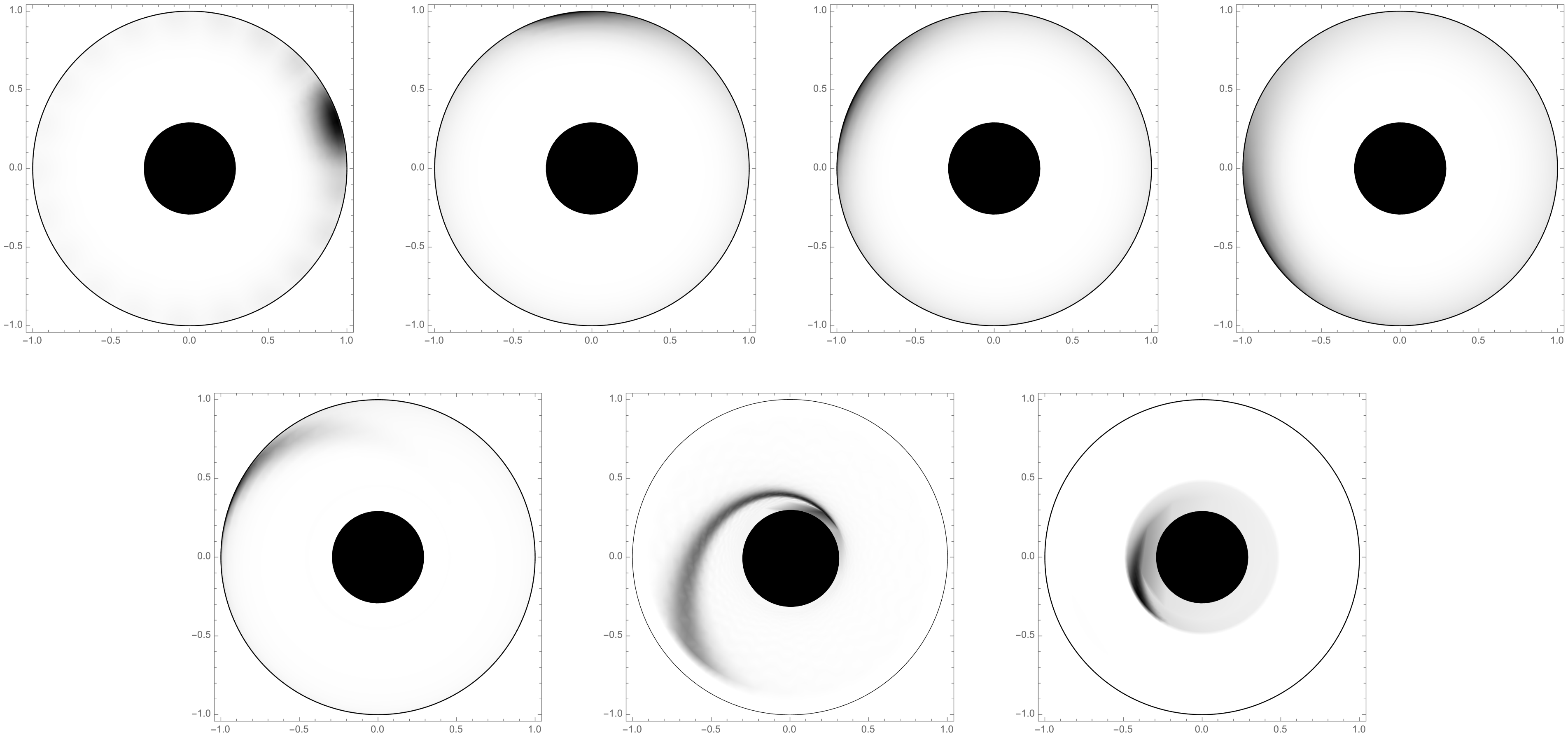
特に…

AdSなら対蹠点でシグナル

BHがあると、M/E に臨界値

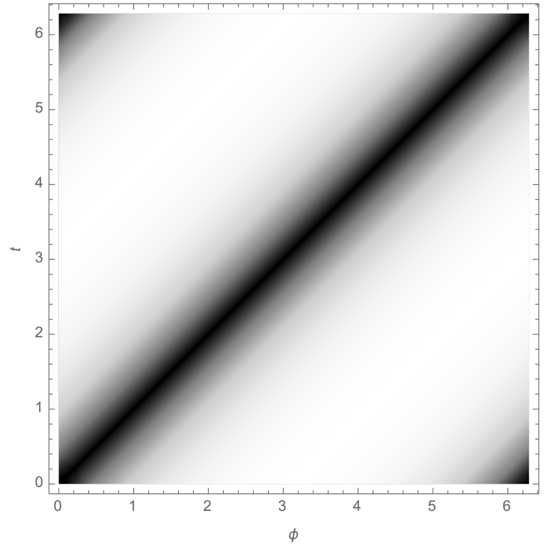
BTZの臨界値は1

BTZ：$E < M$ なら

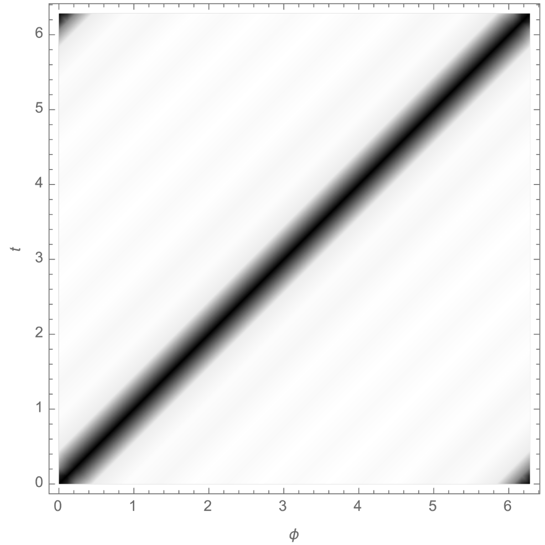


普通のスカラー場：$(\partial^2 - m^2)\varphi = J$

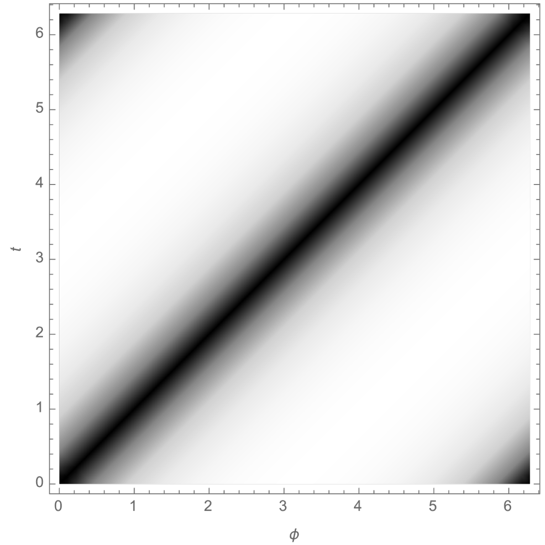
mass $= 0,\ E < M$



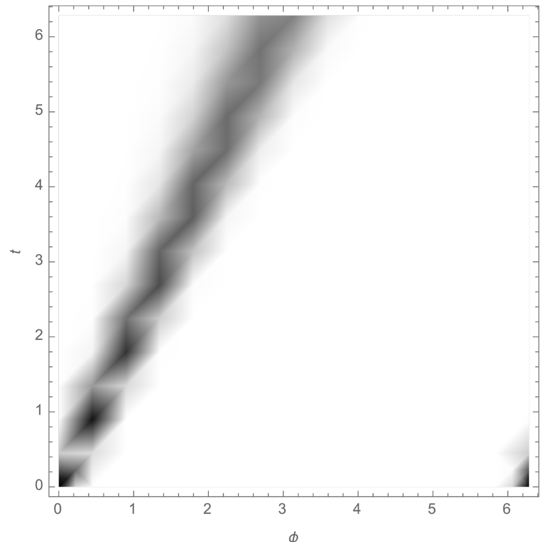
mass $= 0,\ E = M$



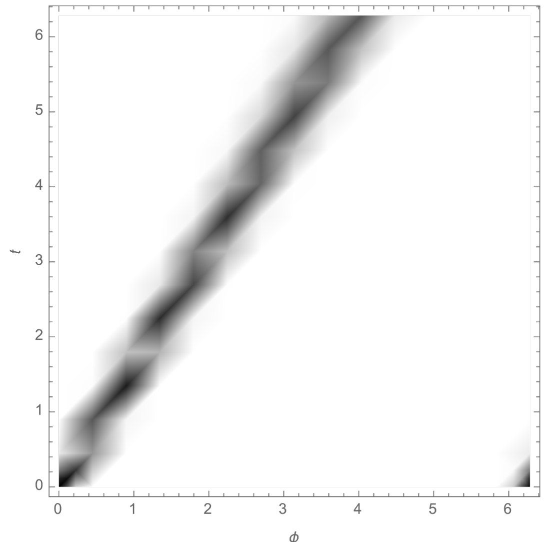
mass $= 0,\ E > M$



mass $= E < M$



mass $= E = M$



mass $= E > M$