AdS/CFT対応におけるバルク時空 再構築の手法の検討

竹田 大地 (素粒子論研究室)

2022/2/8 修士論文発表会

時空の構成は可能か?

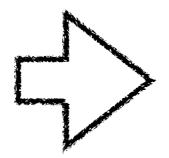
新しい重力の見方

存在

要素 時空の

定義

力学



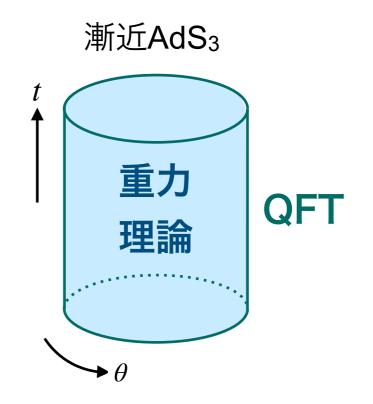
AdS/CFT対応

バルク重力 = 境界QFT

以下,静的な漸近AdS₃

AdS/CFT対応

$$Z_{\text{gravity}} = Z_{\text{QFT}}$$



バルク時空再構築





バルク時空

境界QFT2のエンタングルメントから静的な漸近AdS3

- 1. バルク時空は境界点関数と光円錐切断にエンコードされている
- 2. デコードしてバルク時空へ (例:pure AdS₃)
- 3. どんなバルクも作れるか?

境界QFT2のエンタングルメントから静的な漸近AdS3

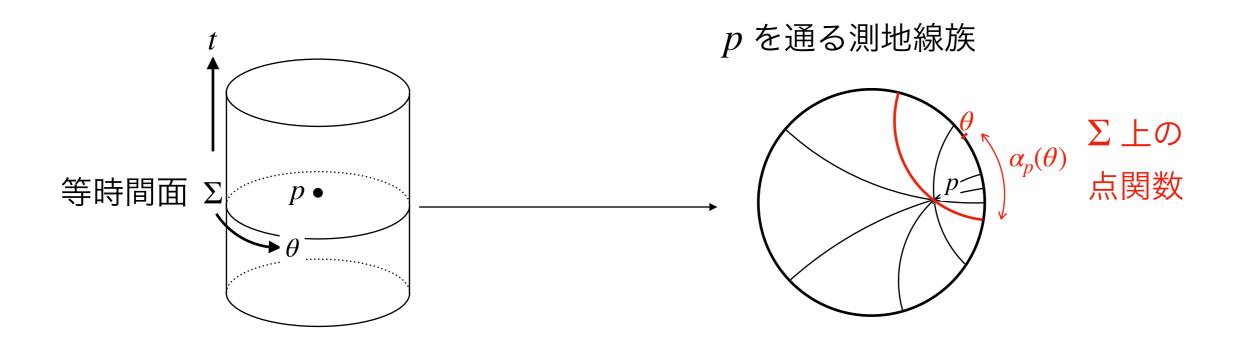
- 1. バルク時空は境界点関数と光円錐切断にエンコードされている
- 2. デコードしてバルク時空へ (例: pure AdS₃)
- 3. どんなバルクも作れるか?

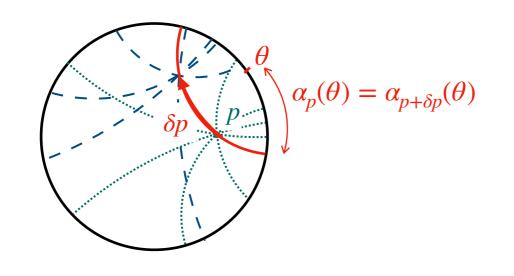
しばらくはAdS/CFTは登場しない

境界にQFTはない

点関数は空間的測地線を知る

Czech, Lamprou (2014)





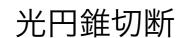
性質

$$\alpha_p(\theta) = \alpha_{p+\delta p}(\theta)$$
 $\Rightarrow \delta p$ は測地線の接べクトル (θ : 固定)

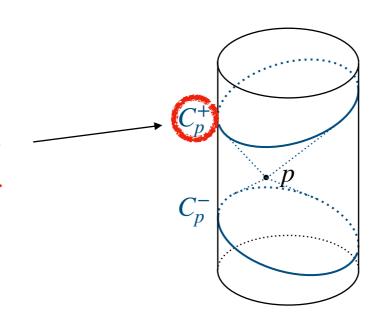
$$p \neq q \Rightarrow \alpha_p \neq \alpha_q \quad (\Sigma \pm)$$

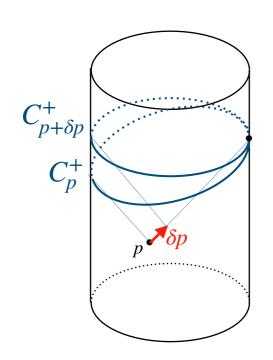
光円錐切断はヌルベクトルを知る

Engelhardt, Horowitz (2015)



点 p の光円錐と 境界の共通部分



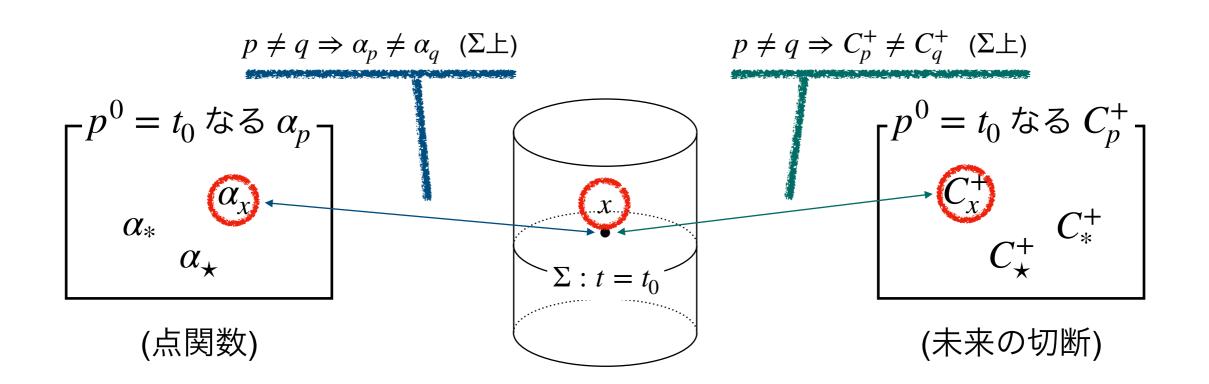


性質

$$C_p^+$$
 と $C_{p+\delta p}^+$ が1点で接する $\Rightarrow \delta p$ はヌルベクトル

$$p \neq q \Rightarrow C_p^+ \neq C_q^+$$

点関数と光円錐切断は1対1



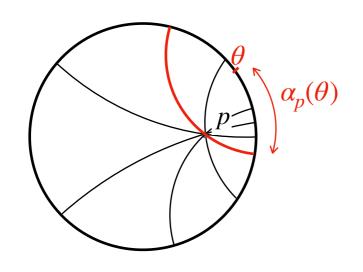
今回考えるクラス

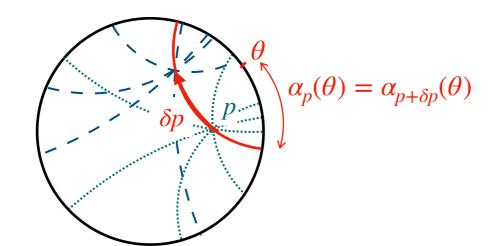
基本的な時空で

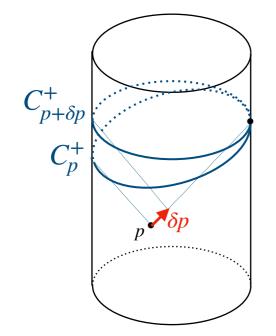
$$C_p^+ = t_0 + L\alpha_p$$

一般の対応関係は今後検討

バルク時空は点関数にエンコードされている







Σ上の点に点関数が1つ対応

光円錐切断は点関数から $C_p^+ = t_0 + L\alpha_p$

点関数は Σ 上の測地線を知る $\alpha_p(\theta) = \alpha_{p+\delta p}(\theta)$

境界QFT2のエンタングルメントから静的な漸近AdS3

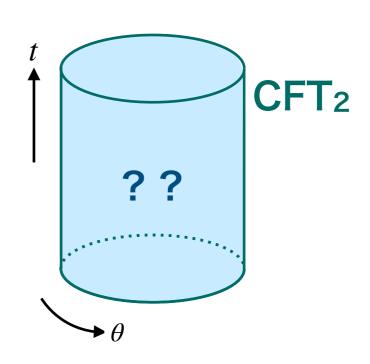
- 1. バルク時空は境界点関数と光円錐切断にエンコードされている
- 2. デコードしてバルク時空へ (例:pure AdS₃)
- 3. どんなバルクも作れるか?

$CFT_2 \Rightarrow AdS_3$

これまでは境界にQFTはなかった

目標:境界のQFTからバルク時空!

例:CFT₂ ⇒ AdS₃



$$\mathrm{d}s^2 = -\,\mathrm{d}t^2 + L^2\mathrm{d}\theta^2$$

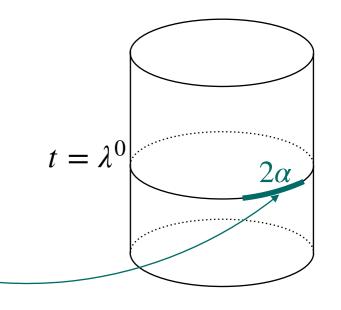
エンタングルメントから点関数

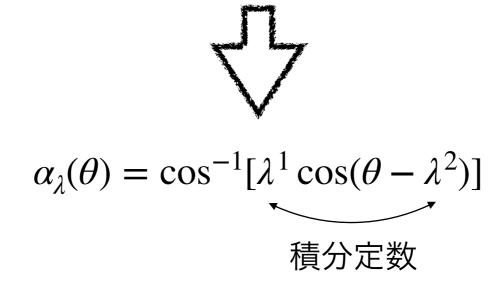
予想 Czech, Lamprou (2014)

次の方程式は $t=\lambda^0$ 上の点関数の集合を与える

$$[1 - \alpha'(\theta)^2]S'''(\alpha(\theta)) + 2\alpha''(\theta)S''(\alpha(\theta)) = 0$$

$$S(\alpha)$$
: エンタングルメント・エントロピー $CFT_2 \rightarrow S(\alpha) \sim \ln \sin \alpha$





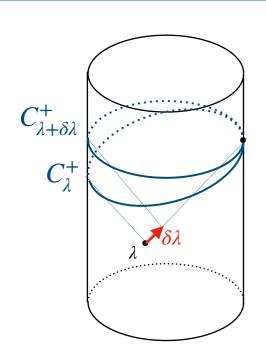
 $\{(\lambda^0, \alpha_{\lambda})\}$: バルク時空 $\lambda = (\lambda^0, \lambda^1, \lambda^2)$: 座標系

点関数から光円錐切断

仮定

$$C_{\lambda}^{+}(\theta) = t_0 + L\alpha_{\lambda}(\theta)$$

光円錐切断で因果構造決定



Engelhardt, Horowitz (2015)

$$C_{\lambda}^{+}$$
 と $C_{\lambda+\delta\lambda}^{+}$ が接する \Rightarrow $\delta\lambda$ は λ でのヌルベクトル

$$\forall \theta, \, \delta \lambda^{\mu} \delta \lambda^{\nu} g_{\mu\nu}(\lambda) = 0$$

$$C_{\lambda}^{-}(\theta) = C_{\lambda+\delta\lambda}^{-}(\theta)$$
 and $\frac{d}{d\theta}C_{\lambda}^{-}(\theta) = \frac{d}{d\theta}C_{\lambda+\delta\lambda}^{-}(\theta)$



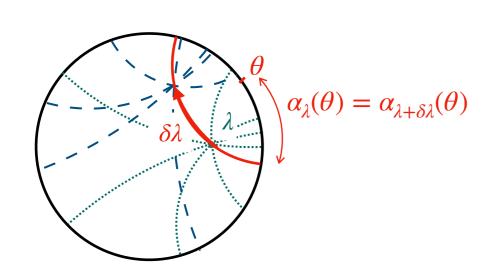
$$\delta\lambda \propto L\lambda^1 \sqrt{1 - (\lambda^1)^2 \cos^2(\theta - \lambda^2)} \frac{\partial}{\partial\lambda^0} + \cdots$$



$$ds^{2} = e^{\omega(\lambda)} \left[-\{1 - (\lambda^{1})^{2}\}(d\lambda^{0})^{2} + L^{2}(d\lambda^{1})^{2} + L^{2}(\lambda^{1})^{2}\{1 - (\lambda^{1})^{2}\}(d\lambda^{2})^{2} \right]$$

共形因子不定

点関数で共形因子決定



D. Takeda (hep-th [2112.11437])

$$\alpha_{\lambda}(\theta) = \alpha_{\lambda + \delta \lambda}(\theta) \Rightarrow \delta \lambda$$
 は測地線の接ベクトル

 $\forall \theta$, $e^{\omega(\lambda)}$ で書いた測地線方程式

$$ds^{2} = e^{\omega(\lambda)} \left[-\{1 - (\lambda^{1})^{2}\}(d\lambda^{0})^{2} + L^{2}(d\lambda^{1})^{2} + L^{2}(\lambda^{1})^{2}\{1 - (\lambda^{1})^{2}\}(d\lambda^{2})^{2} \right]$$

$$u(\lambda, \theta) := \lambda^1 \sin(\theta - \lambda^2) \frac{\partial}{\partial \lambda^1} - \cos(\theta - \lambda^2) \frac{\partial}{\partial \lambda^2}$$

$$a(\lambda, \theta) := \lambda^1 \frac{\partial}{\partial \lambda^1} - \sin(2\theta - 2\lambda^2) \frac{\partial}{\partial \lambda^2}$$



$$\omega(\lambda) = -\ln\left[1 - (\lambda^1)^2\right]$$

デコードしてバルク時空へ

エンタングルメントから点関数

点関数の集合が時空

点関数から光円錐切断

光円錐切断で因果構造を決定

点関数で共形因子を決定

AdS₃, AdS₃ソリトン, BTZブラックホールも

QFTのエンタングルメントから出発

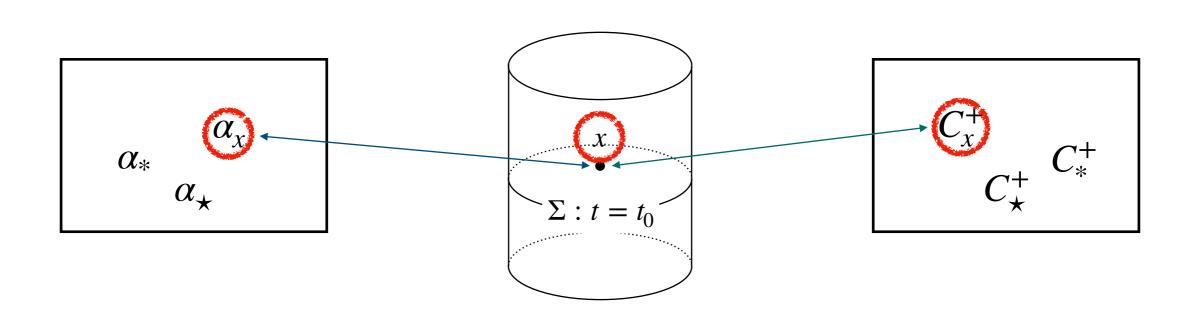
点関数と光円錐切断の合わせ技

漸近 AdS3 時空を構成

境界QFT2のエンタングルメントから静的な漸近AdS3

- 1. バルク時空は境界点関数と光円錐切断にエンコードされている
- 2. デコードしてバルク時空へ (例: pure AdS₃)
- 3. どんなバルクも作れるか?

どんなバルクも作れるか?



今回は
$$C_p^+ = t_0 + L\alpha_p$$

境界QFTごとに決まっているはず



静的な漸近 AdS3 に対する一般論

非静的、高次元への拡張